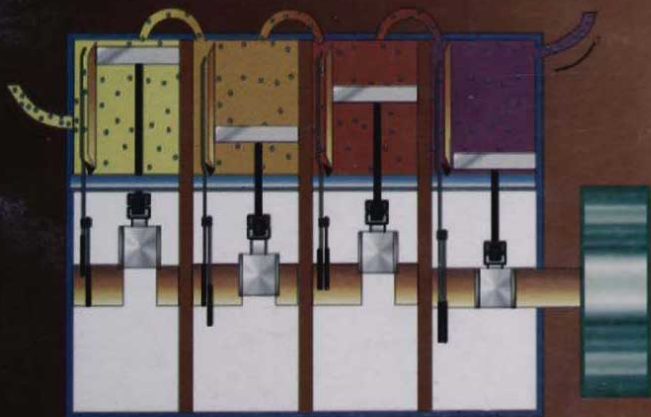


995

SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE TERMODINÁMICA



Luz María García Cruz
Héctor Martín Luna García
Tomás David Navarrete González
José Ángel Rocha Martínez

SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE TERMODINÁMICA

215032

C. C. 2893940

SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE TERMODINÁMICA

Luz María García Cruz
Héctor Martín Luna García
Tomás David Navarrete González
José Ángel Rocha Martínez



División de Ciencias Básicas e Ingeniería
Departamento de Ciencias Básicas

2893940

UAM-AZCAPOTZALCO

RECTOR

Dr. Adrián Gerardo de Garay Sánchez

SECRETARIA

Dra. Sylvie Jeanne Turpin Marion

COORDINADORA GENERAL DE DESARROLLO ACADÉMICO

Dra. Norma Rondero López

COORDINADOR DE EXTENSIÓN UNIVERSITARIA

DI Jorge Armando Morales Aceves

JEFE DE LA SECCIÓN DE PRODUCCIÓN Y DISTRIBUCIÓN EDITORIALES

Mtro. Gerardo Vázquez Hernández

ISBN: 970-31-0217-4

© UAM-Azcapotzalco

Luz María García Cruz
Héctor Martín Luna García
Tomás David Navarrete González
José Ángel Rocha Martínez

Diseño de Portada:
Modesto Serrano Ramírez

Sección de producción
y distribución editoriales
Tel. 5318-9222 / 9223
Fax 5318-9222

Universidad Autónoma Metropolitana
Unidad Azcapotzalco
Av. San Pablo 180
Col. Reynosa Tameulipas
Delegación Azcapotzalco
C.P. 02200
México, D.F.

Solución de problemas de termodinámica
1a. edición, 2008
Impreso en México

Índice

Ecuaciones y Conceptos Importantes	9
Problemas Resueltos Modelo de Evaluación Global	113
Anexo 1. Tabla de Propiedades de algunos gases	189
Bibliografía	191

PRESENTACIÓN

Este texto tiene por objeto auxiliar al estudiante en el curso de Termodinámica que se ubica como obligatorio en el tronco general de los planes de estudio de las licenciaturas en ingeniería, que se imparten en la División de Ciencias Básicas e Ingeniería de la Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco.

En este texto, que es el complemento del libro Elementos de Termodinámica¹, se resuelven, a detalle, los problemas correspondientes a la última sección (modelo de Evaluación Global) de la Selección de Problemas de Termodinámica².

Los autores desean que el presente material sea de utilidad tanto para los alumnos de esta unidad de enseñanza aprendizaje U.E.A. como para los profesores que la imparten; con la garantía de que se apega fielmente al contenido y nivel que se describe en el programa oficial de la materia y con el convencimiento de que la mejor selección bibliográfica la determina cada profesor que imparte la U.E.A.

1. Elementos de Termodinámica

Luz María García Cruz, Héctor Martín Luna García, Tomás David Navarrete
González y José Ángel Rocha Martínez
Ed. División de Ciencias Básicas e Ingeniería, Departamento de Ciencias Básicas
Universidad Autónoma Metropolitana– Azcapotzalco
Primera edición, 2007.

2. Selección de Problemas de Termodinámica

Luz María García Cruz
Ed. División de Ciencias Básicas e Ingeniería, Departamento de Ciencias Básicas
Universidad Autónoma Metropolitana– Azcapotzalco
Sexta reimpresión, 2005.

ECUACIONES Y CONCEPTOS IMPORTANTES

Ecuación de estado de gas ideal

$$PV = mRT$$

Ecuaciones de procesos politrópicos

$$P_f V_f^\kappa = P_i V_i^\kappa$$

$$\frac{T_f}{T_i} = \left(\frac{V_i}{V_f} \right)^{\kappa-1} = \left(\frac{P_f}{P_i} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

Primera Ley de la Termodinámica

$$\Delta U_{i \rightarrow f} = Q_{i \rightarrow f} - W_{i \rightarrow f}$$

Convención de signos para el calor Q y el trabajo W (ver pie de página)

$$Q > 0 \quad \text{si el sistema absorbe calor}$$

$$Q < 0 \quad \text{si el sistema cede calor}$$

$$W > 0 \quad \text{si el sistema realiza trabajo}$$

$$W < 0 \quad \text{si se realiza trabajo sobre el sistema}$$

Relación Energía Interna – Temperatura

$$\Delta U_{i \rightarrow f} = C_V' \Delta T_{i \rightarrow f}, \text{ en donde } [C_V'] = \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \text{ es la capacidad calorífica a volumen constante}$$

$$\Delta U_{i \rightarrow f} = m C_V \Delta T_{i \rightarrow f}, \text{ en donde } [C_V] = \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \text{ es el calor específico a volumen constante}$$

Trabajo

$$W_{i \rightarrow f} = -mC_V \Delta T_{i \rightarrow f} \quad \text{Proceso Isoentrópico}$$

$$W_{i \rightarrow f} = T_i \Delta S_{i \rightarrow f} \quad \text{Proceso Isotérmico}$$

$$W_{i \rightarrow f} = P_i \Delta V_{i \rightarrow f} = mR \Delta T_{i \rightarrow f} \quad \text{Proceso Isobárico}$$

Rendimiento r de un ciclo

$$r = \frac{W}{Q_a} = \frac{Q_c - Q_c}{Q_a} = 1 - \frac{Q_c}{Q_a}$$

Rendimiento r_C de un ciclo de Carnot

$$r_C = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}}$$

Variación en entropía de un gas ideal

$$\Delta S_{i \rightarrow f} = mC_V \ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right) + mR \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right)$$

$$\Delta S_{i \rightarrow f} = mC_P \ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right) - mR \ln \left(\frac{P_f}{P_i} \right)$$

$$\Delta S_{i \rightarrow f} = mC_V \ln \left(\frac{P_f}{P_i} \right) + mC_P \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right)$$

Variación en entropía de un almacén térmico

$$\Delta S_{i \rightarrow f} (alm) = \frac{Q_{alm}}{T_{alm}} = \frac{-Q_{hot}}{T_{alm}} = \frac{-mC_V \Delta T_{i \rightarrow f}}{T_{alm}}$$

Clasificación de procesos

Si $\Delta S_{i \rightarrow f}(\text{univ}) = 0$ el proceso es Reversible

Si $\Delta S_{i \rightarrow f}(\text{univ}) > 0$ el proceso es Irreversible

Si $\Delta S_{i \rightarrow f}(\text{univ}) < 0$ el proceso es Imposible

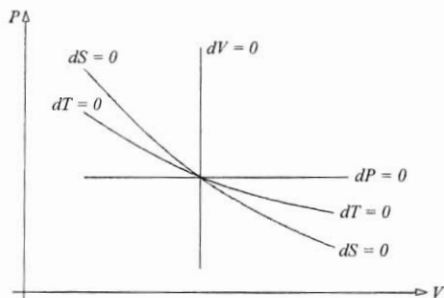
Eficiencia o rendimiento r de una máquina térmica

$$r = \frac{W}{Q_a} = \frac{Q_a - Q_c}{Q_a} = 1 - \frac{Q_c}{Q_a}$$

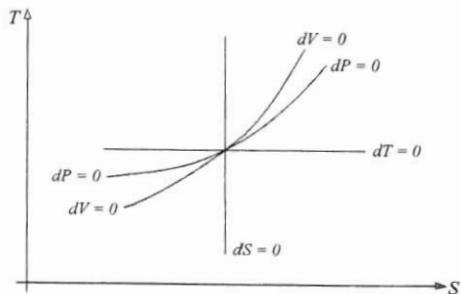
Coficiente de funcionamiento β de un refrigerador

$$\beta = \frac{Q_c}{W} = \frac{Q_c}{Q_c - Q_a} = -\frac{Q_c}{Q_a \left(\frac{Q_c}{Q_a} \right) - 1} = \frac{1}{\frac{Q_c}{Q_a} - 1}$$

Representación de Procesos Politrópicos en el diagrama VP



Representación de Procesos Politrópicos en el diagrama ST

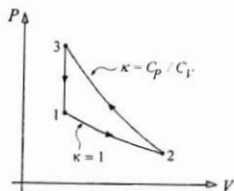


Precaución: Se recomienda al lector que cuando consulte otros textos verifique la convención de signos usada para el trabajo, así como la ecuación representativa de la primera ley; ya que otros autores utilizan la convención contraria para el trabajo W .

Problemas Resueltos de la Selección de Problemas de Termodinámica
Modelo de Evaluación Global

Problema 1.

Un gas ideal experimenta los cambios politrópicos ilustrados en el plano VP . a) Ilustrar el ciclo en el plano ST , b) Escribir el signo correspondiente ($>$, $=$, $<$) entre cada pareja de variables, c) marcar con una "X" las relaciones correctas.



(b)

T_1	T_3	P_1	P_2	V_1	V_3	S_1	S_2
T_2	T_1	P_3	P_1	V_2	V_1	S_3	S_1
T_3	T_2	P_2	P_3	V_3	V_2	S_2	S_3

(c)

$\Delta U_{1 \rightarrow 2} > W_{1 \rightarrow 2}$	<input type="checkbox"/>	$Q_{3 \rightarrow 1} < 0$	<input type="checkbox"/>
$\Delta U_{2 \rightarrow 3} > 0$	<input type="checkbox"/>	$Q_{\text{neto}} < 0$	<input type="checkbox"/>
$W_{1 \rightarrow 2} > 0$	<input type="checkbox"/>	$\Delta S_{2 \rightarrow 3} > 0$	<input type="checkbox"/>

Solución:**Paso 1.**

El proceso $(1 \rightarrow 2)$ es isotérmico dado que $\kappa_{1 \rightarrow 2} = 1$, por lo que: a) $T_2 = T_1$

Del diagrama VP se observa que: b) $P_1 > P_2$ y c) $V_2 > V_1$

De la definición de trabajo: $W_{1 \rightarrow f} = \int_1^f P dV$, se tiene que:

d) $W_{1 \rightarrow 2} > 0$ porque el volumen aumenta

Paso 2.

Durante el proceso $(1 \rightarrow 2)$ la temperatura no varía, por lo que la energía interna del sistema permanece constante, esto es que: a) $\Delta U_{1 \rightarrow 2} = 0$

De la ecuación de la 1ª Ley de la Termodinámica $\Delta U_{1 \rightarrow 2} = 0 = Q_{1 \rightarrow 2} - W_{1 \rightarrow 2}$ se tiene que $Q_{1 \rightarrow 2} = W_{1 \rightarrow 2}$ y como $W_{1 \rightarrow 2} > 0$, entonces: $Q_{1 \rightarrow 2} > 0$

Ahora bien, de la definición de calor: $Q_{1 \rightarrow f} = \int_1^f T dS$, se tiene que

$$Q_{1\rightarrow 2} = \int_1^2 T dS > 0, \text{ de donde } dS_{1\rightarrow 2} > 0, \text{ por lo que } b) S_1 < S_2$$

El proceso (1→2) se representa en el plano ST mediante una recta paralela al eje de la entropía en el sentido en que esta variable crece.

Paso 3.

En el proceso (2→3) se sabe que $\kappa = \frac{C_p}{C_v}$, lo que significa que en este proceso el sistema no intercambia calor con los alrededores, es decir que $Q_{2\rightarrow 3} = 0$ y además el proceso es isoentrópico.

De la definición de calor se tiene que $Q_{2\rightarrow 3} = \int_2^3 T dS = 0$, de donde $dS_{2\rightarrow 3} = 0$, lo cual implica que: a) $S_2 = S_3$

El diagrama VP muestra que b) $P_2 < P_3$ y c) $V_3 < V_2$

de la definición de trabajo: $W_{2\rightarrow 3} = \int_2^3 P dV$, se tiene que $W_{2\rightarrow 3} < 0$ porque $dV_{2\rightarrow 3} < 0$

De la ecuación de la 1ª Ley de la Termodinámica, $\Delta U_{2\rightarrow 3} = Q_{2\rightarrow 3} - W_{2\rightarrow 3} = -W_{2\rightarrow 3}$ y del renglón anterior se infiere que: d) $\Delta U_{2\rightarrow 3} = -W_{2\rightarrow 3} = -(-W_{2\rightarrow 3}) = W_{2\rightarrow 3} > 0$

Como $\Delta U_{2\rightarrow 3} = m C_v \Delta T_{2\rightarrow 3} > 0$, entonces $\Delta T_{2\rightarrow 3} = T_3 - T_2 > 0$, de donde: e) $T_3 > T_2$

El proceso (2→3) es representado en el plano ST a través de una recta paralela al eje de la temperatura en el sentido de T creciente.

Paso 4.

El diagrama VP muestra que en el proceso (3→1):

a) $P_3 > P_1$; también ilustra que este proceso es isocórico porque, b) $V_1 = V_3$

Aplicando la definición del trabajo para este proceso: $W_{3\rightarrow 1} = \int_3^1 P dV = 0$, porque el volumen se mantiene constante.

De la ecuación de la 1ª Ley de la Termodinámica $\Delta U_{3\rightarrow 1} = Q_{3\rightarrow 1} - W_{3\rightarrow 1}$ se tiene que:

$$\Delta U_{3\rightarrow 1} = Q_{3\rightarrow 1}$$

Ahora bien, dado que $T_3 > T_2$ y que $T_2 = T_1$; entonces c) $T_1 < T_3$, lo cual implica que

$$\Delta U_{3 \rightarrow 1} = m C_V \Delta T_{3 \rightarrow 1} < 0 \text{ porque } \Delta T_{3 \rightarrow 1} = (T_1 - T_3) < 0$$

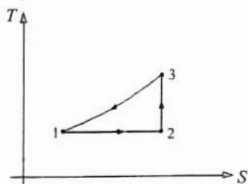
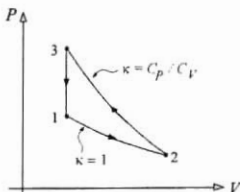
De la definición de calor, $Q_{3 \rightarrow 1} = \int_3^1 T dS$, y dado que $Q_{3 \rightarrow 1} = \Delta U_{3 \rightarrow 1}$ entonces

$$d) \quad Q_{3 \rightarrow 1} < 0; \text{ lo que implica que } dS_{3 \rightarrow 1} < 0, \text{ de donde: } e) \quad S_3 > S_1$$

Este último proceso es representado en el plano ST mediante una recta de pendiente positiva en la que al disminuir la entropía la temperatura decrece también.

Paso 5.

Finalmente, el calor neto o total está dado como: $Q_{\text{neto}} = Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{3 \rightarrow 1}$. Esta suma de calores es igual a la suma del área bajo la curva que une los estados $(1 \rightarrow 2)$, $(2 \rightarrow 3)$ y $(3 \rightarrow 1)$ respectivamente, en el diagrama ST ilustrado en la parte inferior. En este diagrama puede observarse que el área bajo la curva $(3 \rightarrow 1)$, que es negativa porque la entropía está disminuyendo, es mayor que el área bajo la curva $(1 \rightarrow 2)$, misma que es positiva; por lo tanto se concluye que: a) $Q_{\text{neto}} < 0$.



(b)

4c $T_1 < T_3$	1b $P_1 > P_2$	4b $V_1 = V_3$	2b $S_1 < S_2$
1a $T_2 = T_1$	4a $P_3 > P_1$	1c $V_2 > V_1$	4e $S_3 > S_1$
3e $T_3 > T_2$	3b $P_2 < P_3$	3c $V_3 < V_2$	3a $S_2 = S_3$

(c)

2a $\Delta U_{1 \rightarrow 2} > W_{1 \rightarrow 2}$ <input type="checkbox"/>	4d $Q_{3 \rightarrow 1} < 0$ <input checked="" type="checkbox"/>
3d $\Delta U_{2 \rightarrow 3} > 0$ <input checked="" type="checkbox"/>	5a $Q_{\text{neto}} < 0$ <input checked="" type="checkbox"/>
1d $W_{1 \rightarrow 2} > 0$ <input checked="" type="checkbox"/>	3a $\Delta S_{2 \rightarrow 3} > 0$ <input type="checkbox"/>

Problema 2.

Un gas ideal efectúa los siguientes cambios: adiabáticamente pasa del estado 1 al 2, realizando los alrededores sobre el sistema un trabajo de 300 kJ; llega al estado 3, absorbiendo 500 kJ de calor sin variar su temperatura.

Llenar la tabla.

	ΔU / kJ	Q / kJ	W / kJ
1			
2			
3			
1 \rightarrow 3			

Solución:

Paso 1.

El proceso (1 \rightarrow 2) es adiabático, lo que significa que: a) $Q_{1\rightarrow 2} = 0$

Como los alrededores realizan un trabajo de 300 kJ sobre el sistema, b) $W_{1\rightarrow 2} = -300$ kJ

De la ecuación de la 1ª Ley de la Termodinámica $\Delta U_{1\rightarrow 2} = Q_{1\rightarrow 2} - W_{1\rightarrow 2}$, se tiene que

$\Delta U_{1\rightarrow 2} = -W_{1\rightarrow 2}$, esto es: c) $\Delta U_{1\rightarrow 2} = -(-300)$ kJ = 300 kJ

Paso 2.

En el proceso (2 \rightarrow 3) el sistema absorbe 500 kJ de calor, por lo que a) $Q_{2\rightarrow 3} = 500$ kJ

Además, la temperatura del sistema no varía lo que implica que, b) $\Delta U_{2\rightarrow 3} = 0$

De la ecuación de la 1ª Ley $\Delta U_{2\rightarrow 3} = Q_{2\rightarrow 3} - W_{2\rightarrow 3} = 0$, se tiene que:

c) $W_{2\rightarrow 3} = Q_{2\rightarrow 3} = 500$ kJ

Paso 3.

Finalmente, el cambio total en la energía interna del sistema es:

a) $\Delta U_{1\rightarrow 3} = \Delta U_{1\rightarrow 2} + \Delta U_{2\rightarrow 3} = (300 + 0)$ kJ = 300 kJ

el calor total es: b) $Q_{1\rightarrow 3} = Q_{1\rightarrow 2} + Q_{2\rightarrow 3} = (0 + 500)$ kJ = 500 kJ

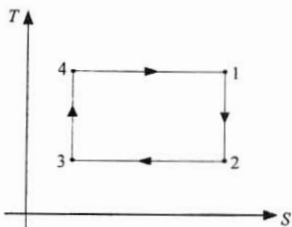
y el trabajo total está dado como: c) $W_{1\rightarrow 3} = W_{1\rightarrow 2} + W_{2\rightarrow 3} = (-300 + 500)$ kJ = 200 kJ

	ΔU / kJ	Q / kJ	W / kJ
1	1c 300	1a 0	1b -300
2	2b 0	2a 500	2c 500
3			
1 \rightarrow 3	3a 300	3b 500	3c 200

Problema 3.

Un sistema que consta de 2 kg de helio inicialmente a la temperatura de 500 K, efectúa el ciclo de Carnot ilustrado en el plano ST .

Sabiendo que los calores absorbido y cedido por el sistema durante el ciclo son de 500 kJ y 300 kJ respectivamente: a) Llenar la tabla, b) calcular el rendimiento r_C del ciclo.



	T/K	$\Delta U/kJ$	Q/kJ	W/kJ	$\Delta S/kJK^{-1}$
1					
2					
3					
4					
1					
neto					

Datos: $m = 2 \text{ kg}$, $C_V = 3.12 \text{ kJ/kgK}$, $C_P = 3.12 \text{ kJ/kgK}$

Solución:

Paso 1.

Como el sistema realiza un ciclo, la temperatura en los estados inicial y final es la misma. Además, el diagrama ST muestra que los estados 4 y 1 tienen el mismo valor de temperatura; esto es que: a) $T_1 = T_4 = 500 \text{ K}$

El diagrama ST muestra que:

Los procesos (1→2) y (3→4) son isentrópicos, lo que significa que:

$$b) Q_{1 \rightarrow 2} = 0 = Q_{3 \rightarrow 4}, \quad c) \Delta S_{1 \rightarrow 2} = 0 = \Delta S_{3 \rightarrow 4}$$

Los procesos (2→3) y (4→1) son isotérmicos, lo que significa:

$$d) \Delta U_{2 \rightarrow 3} = 0 = \Delta U_{4 \rightarrow 1}$$

Como en un ciclo la variación total en cualquier variable termodinámica es igual a cero, entonces:

$$e) \Delta U_{\text{neto}} = 0 \quad \text{y} \quad f) \Delta S_{\text{neto}} = 0$$

Paso 2.

En el plano ST el área bajo la curva representa al calor intercambiado por el sistema con los alrededores, de la figura se observa que el sistema cede calor durante el proceso (2→3), puesto que el área bajo esta curva es negativa; por lo tanto

$$a) Q_c = -300 \text{ kJ} = Q_{2 \rightarrow 3}$$

y el sistema absorbe calor durante el proceso (4→1), puesto que el área bajo esta curva es positiva; por lo tanto

$$b) \quad Q_a = 500 \text{ kJ} = Q_{4 \rightarrow 1}$$

Aplicando la ecuación de la 1ª Ley de la Termodinámica a estos dos procesos y por el resultado del inciso (1d), se tiene que $\Delta U_{i \rightarrow f} = Q_{i \rightarrow f} - W_{i \rightarrow f} = 0$, de donde $W_{i \rightarrow f} = Q_{i \rightarrow f}$, por lo tanto: c) $W_{2 \rightarrow 3} = Q_{2 \rightarrow 3} = -300 \text{ kJ}$ y d) $W_{4 \rightarrow 1} = Q_{4 \rightarrow 1} = 500 \text{ kJ}$

Paso 3.

El calor neto está dado como $Q_{\text{neto}} = Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{3 \rightarrow 4} + Q_{4 \rightarrow 1}$, por lo que

$$a) \quad Q_{\text{neto}} = (0 - 300 + 0 + 500) \text{ kJ} = 200 \text{ kJ}$$

De la ecuación de la 1ª Ley y del inciso (1e): $\Delta U_{\text{neto}} = Q_{\text{neto}} - W_{\text{neto}} = 0$, se infiere que $Q_{\text{neto}} = W_{\text{neto}}$; por lo tanto

$$b) \quad W_{\text{neto}} = 200 \text{ kJ}$$

Paso 4.

Como el proceso (4→1) ocurre a temperatura constante, de la definición de calor se tiene que: $Q_{4 \rightarrow 1} = \int_4^1 T dS = T_1 \int_4^1 dS = T_1 \Delta S_{4 \rightarrow 1}$, de donde $\Delta S_{4 \rightarrow 1} = \frac{Q_{4 \rightarrow 1}}{T_1}$, esto es

$$a) \quad \Delta S_{4 \rightarrow 1} = \frac{500 \text{ kJ}}{500 \text{ K}} = 1 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Del inciso (1f) se sabe que $\Delta S_{\text{neto}} = 0$ y además $\Delta S_{\text{neto}} = \Delta S_{1 \rightarrow 2} + \Delta S_{2 \rightarrow 3} + \Delta S_{3 \rightarrow 4} + \Delta S_{4 \rightarrow 1}$, por lo tanto: $\Delta S_{2 \rightarrow 3} = \Delta S_{\text{neto}} - \Delta S_{1 \rightarrow 2} - \Delta S_{3 \rightarrow 4} - \Delta S_{4 \rightarrow 1}$, es decir,

$$b) \quad \Delta S_{2 \rightarrow 3} = (0 - 0 - 0 - 1) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = -1 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Paso 5.

De la definición de rendimiento de un ciclo: $r = \frac{W_{\text{neto}}}{Q_a} = \frac{W_{\text{neto}}}{Q_{4 \rightarrow 1}}$

$$a) \quad r = \frac{200 \text{ kJ}}{500 \text{ kJ}} = 0.40 = 40\%$$

Pero dado que el sistema realiza un ciclo de Carnot, entonces $r = r_C$; en donde

$$r_c = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = 1 - \frac{T_2}{T_1}, \text{ ecuación de la cual despejamos a la temperatura } T_2$$

$$\frac{T_2}{T_1} = 1 - r_c, \text{ de donde: } T_2 = T_1(1 - r_c); \text{ esto es que:}$$

$$b) T_2 = (1 - 0.4) 500 \text{ K} = 300 \text{ K}$$

Además, c) $T_2 = T_3 = 300 \text{ K}$, ya que el proceso (2→3) ocurre a temperatura constante.

Paso 6.

Determinamos ahora la variación en la energía interna para el proceso (1→2)

$$a) \Delta U_{1 \rightarrow 2} = m C_v (T_2 - T_1) = (2 \text{ kg}) \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (300 - 500) \text{ K} = -1248 \text{ kJ}$$

y para el proceso (3→4)

$$b) \Delta U_{3 \rightarrow 4} = m C_v (T_4 - T_3) = (2 \text{ kg}) \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (500 - 300) \text{ K} = 1248 \text{ kJ}$$

Como los procesos (1→2) y (3→4) son isoentrópicos, de la ecuación de 1ª Ley y por el inciso (1b) se tiene que:

$$c) W_{1 \rightarrow 2} = -\Delta U_{1 \rightarrow 2} = -(-1248) \text{ kJ} = 1248 \text{ kJ}, \text{ y}$$

$$d) W_{3 \rightarrow 4} = -\Delta U_{3 \rightarrow 4} = -(1248) \text{ kJ} = -1248 \text{ kJ}$$

	T/K	$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ	$\Delta S/\text{kJK}^{-1}$
1	1a 500	6a -1248	1b 0	6c 1248	1c 0
2	5b 300	1d 0	2a -300	2c -300	4b -1
3	5c 300	6b 1248	1b 0	6d -1248	1c 0
4	1a 500	1d 0	2b -500	2d 500	4a 1
1	1a 500				
neto		7e 0	3a 200	3b -200	1f 0

Problema 4.

Para el ciclo descrito en el Problema 1, considere que el gas es helio ($m = 2 \text{ kg}$), inicialmente a 312 kPa y 4 m^3 . Llenar los espacios vacíos en la tabla.

	P/kPa	V/m^3	T/K	$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ	$\Delta S/\text{kJK}^{-1}$
1							
2		8					
3							
1							
neto							

Datos: $m = 2 \text{ kg}$, $C_V = 3.12 \text{ kJ/kgK}$, $C_P = 5.20 \text{ kJ/kgK}$

Solución:

Paso 1.

Dado que $C_P = C_V + R$, entonces $R = C_P - C_V = 2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$

De la ecuación de estado de gas ideal, $PV = mRT$ determinamos:

$$T_1 = \frac{P_1 V_1}{mR} = \frac{(312 \text{ kPa})(4 \text{ m}^3)}{(2 \text{ kg})\left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}\right)} = \frac{\left(312 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}\right)(4 \text{ m}^3)}{(2 \text{ kg})\left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}\right)} = 300 \frac{\text{kJ}}{\text{kJ}} = 300 \text{ K}$$

y como el proceso (1→2) es isotérmico, entonces a) $T_2 = T_1 = 300 \text{ K}$

Aplicando la ecuación de procesos politrópicos $P_1 V_1^\kappa = P_2 V_2^\kappa$ con $\kappa = 1$ se tiene que

$P_2 V_2 = P_1 V_1$, de donde

$$b) \quad P_2 = \frac{P_1 V_1}{V_2} = \frac{(312 \text{ kPa})(4 \text{ m}^3)}{(8 \text{ m}^3)} = 156 \text{ kPa}$$

Se sabe del Problema 1 que

c) $V_3 = V_1 = 4 \text{ m}^3$ y que d) $\Delta S_{2 \rightarrow 3} = 0$

por lo que de la ecuación para la variación en la entropía:

$$\Delta S_{2 \rightarrow 3} = m C_v \ln \left(\frac{P_3}{P_2} \right) + m C_p \ln \left(\frac{V_3}{V_2} \right) = 0, \text{ despejamos a } P_3$$

$$m C_v \ln \left(\frac{P_3}{P_2} \right) = -m C_p \ln \left(\frac{V_3}{V_2} \right)$$

$$\ln \left(\frac{P_3}{P_2} \right) = (-C_p / C_v) \ln \left(\frac{V_3}{V_2} \right) = \ln \left(\frac{V_3}{V_2} \right)^{-(C_p / C_v)} \quad \text{ó} \quad \left(\frac{P_3}{P_2} \right) = \left(\frac{V_3}{V_2} \right)^{-(C_p / C_v)}$$

de aquí que:

$$e) \quad P_3 = P_2 \left(\frac{V_3}{V_2} \right)^{-(C_p / C_v)} = (156 \text{ kPa}) \left(\frac{4}{8} \right)^{-(5.20/3.12)} = 495.27 \text{ kPa}$$

y de la ecuación de estado determinamos la temperatura en el estado 3

$$f) \quad T_3 = \frac{P_3 V_3}{m R} = \frac{(495.27 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}) (4 \text{ m}^3)}{(2 \text{ kg}) (2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}})} = 476.22 \frac{\text{kJ}}{\text{kJ}} = 476.22 \text{ K}$$

Paso 2.

De la ecuación $\Delta U_{i \rightarrow f} = m C_v \Delta T_{i \rightarrow f} = m C_v (T_f - T_i)$ determinamos la variación en la energía interna para cada uno de los tres procesos; esto es:

$$a) \quad \Delta U_{1 \rightarrow 2} = m C_v (T_2 - T_1) = 0$$

$$b) \quad \Delta U_{2 \rightarrow 3} = m C_v (T_3 - T_2) = (2 \text{ kg}) \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (476.22 - 300) \text{ K} = 1099.61 \text{ kJ}$$

$$c) \quad \Delta U_{3 \rightarrow 1} = m C_V (T_1 - T_3) = (2 \text{ kg}) \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (300 - 476.22) \text{ K} = -1099.61 \text{ kJ}$$

$$d) \quad \Delta U_{\text{neto}} = m C_V (T_1 - T_1) = 0$$

Paso 3.

Determinamos ahora la variación de entropía del sistema para cada uno de los tres procesos:

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = m C_V \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + m R \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = m R \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

$$a) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 2} = (2 \text{ kg}) \left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln \left(\frac{8}{4} \right) = 2.88 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

$$\Delta S_{3 \rightarrow 1} = m C_V \ln \left(\frac{T_1}{T_3} \right) + m R \ln \left(\frac{V_1}{V_3} \right) = m C_V \ln \left(\frac{T_1}{T_3} \right)$$

$$b) \quad \Delta S_{3 \rightarrow 1} = (2 \text{ kg}) \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln \left(\frac{300}{476.22} \right) = -2.88 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \text{ y}$$

$$c) \quad \Delta S_{\text{neto}} = \Delta S_{1 \rightarrow 1} = m C_V \ln \left(\frac{T_1}{T_1} \right) + m R \ln \left(\frac{V_1}{V_1} \right) = 0$$

Paso 4.

De la definición de calor, $Q_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 T dS$, se tiene que para el proceso (1→2) que

$Q_{1 \rightarrow 2} = T_1 \int_1^2 dS = T_1 \Delta S_{1 \rightarrow 2}$, por tratarse de un proceso isotérmico y como además por 1ª Ley

$Q_{1 \rightarrow 2} = W_{1 \rightarrow 2}$; entonces $Q_{1 \rightarrow 2} = T_1 \Delta S_{1 \rightarrow 2} = W_{1 \rightarrow 2}$

$$a) \quad Q_{1 \rightarrow 2} = (300 \text{ K}) \left(2.88 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \right) = 864 \text{ kJ} = W'_{1 \rightarrow 2}$$

Como para el proceso (2→3) se sabe que $W'_{2 \rightarrow 3} = -\Delta U_{2 \rightarrow 3}$, porque

$$b) \quad Q_{2 \rightarrow 3} = 0, \text{ así que } c) \quad W'_{2 \rightarrow 3} = -(1099.61 \text{ kJ}) = -1099.61 \text{ kJ}$$

Paso 5.

Para el proceso (3→1) se sabe que $W'_{3 \rightarrow 1} = 0$ y que $\Delta U_{3 \rightarrow 1} = Q_{3 \rightarrow 1}$ porque el proceso es isocórico; luego entonces

$$a) \quad Q_{3 \rightarrow 1} = -1099.61 \text{ kJ}$$

$$\text{Finalmente, } Q_{\text{neto}} = Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{3 \rightarrow 1} = W'_{\text{neto}}$$

$$b) \quad Q_{\text{neto}} = (864 + 0 - 1099.61) \text{ kJ} = -235.61 \text{ kJ} = W'_{\text{neto}}$$

	P/kPa	V/m^3	T/K	$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ	$\Delta S/\text{kJK}^{-1}$
1	312	4	1a 300	2a 0	4a 864	4a 864	3a 2.88
2	1b 156	8	1a 300	2b 1099.61	4b 0	4c 1099.61	1d 0
3	1e 495.27	1c 4	1f 476.22	2c 1099.61	5a 1099.61	0	3b -2.88
1	312	4	1a 300				
neto				2d 0	5b -235.61	5b -235.61	3c 0

Problema 5.

Un sistema que consta de 2 kg de helio, inicialmente a la temperatura de 600 K efectúa los siguientes cambios: Mediante un proceso isocórico, su temperatura se triplica; a continuación, se pone en contacto térmico (a volumen constante) con un almacén cuya temperatura coincide con la temperatura inicial del sistema hasta que ambos alcanzan el equilibrio; finalmente, mediante una expansión libre adiabática el volumen del sistema se duplica.

Llenar la tabla indicando en la última columna si el proceso es reversible o irreversible.

	P/kPa	V/m^3	T/K	$\Delta S/\text{kJK}^{-1}$			Tipo de Proceso
				Sistema	Alrededores	Universo	
1							reversible
2							
3							
4							
1 → 4							

Datos: $m = 2 \text{ kg}$, $C_V = 3.12 \text{ kJ/kgK}$, $C_P = 5.20 \text{ kJ/kgK}$

Solución:

Paso 1.

El sistema está inicialmente en un estado caracterizado por: $(P_1, V_1, 600 \text{ K})$ y mediante un proceso isocórico reversible pasa del estado 1 al 2 triplicando su temperatura; lo cual significa que:

$$a) V_2 = V_1, \quad b) \Delta S(\text{univ}) = 0, \quad c) T_2 = 3T_1 = 1800 \text{ K}$$

La variación en la entropía es:

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{sist}) = mC_V \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + mR \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = mC_V \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

$$d) \Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{sist}) = (2 \text{ kg}) \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln\left(\frac{1800}{600}\right) = 6.85 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

y como $\Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{univ}) = \Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{sist}) + \Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{alred}) = 0$; entonces

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{alred}) = -\Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{sist}); \text{ por lo tanto:}$$

$$e) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{alred}) = -6.85 \text{ kJ}$$

Finalmente, la presión 2 se obtiene a través de la ecuación de estado $PV = mRT$; esto es

$$f) \quad P_2 = \frac{mRT_2}{V_2} = \frac{mR(3T_1)}{V_1} = 3 \left(\frac{mRT_1}{V_1} \right) = 3P_1$$

Por lo que el estado 2 del sistema queda caracterizado como:

$$(P_2, V_2, T_2) = (3P_1, V_1, 1800 \text{ K})$$

Paso 2.

El sistema pasa del estado 2 al 3 al ponerlo en contacto, únicamente térmico, con un almacén cuya temperatura coincide con la temperatura inicial del sistema, hasta que ambos alcanzan el equilibrio.

Como en este estado final de equilibrio, la Ley Cero de la Termodinámica establece que el sistema y sus alrededores deben tener el mismo valor de temperatura y dado que el almacén térmico tiene la propiedad de mantener su temperatura constante; resulta que:

$$a) \quad T_3 = T_2 = T_1 = 600 \text{ K} = T_{\text{alm}}$$

La presión 3 se obtiene a través de la ecuación de estado $PV = mRT$; esto es

$$b) \quad P_3 = \frac{mRT_3}{V_3} = \frac{mRT_1}{V_1} = P_1$$

Por lo tanto el estado termodinámico 3 queda dado por $(P_3, V_3, T_3) = (P_1, V_1, 600 \text{ K})$

Ahora bien, la variación en la entropía del sistema resulta ser

$$\Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{sist}) = mC_v \ln \left(\frac{T_3}{T_2} \right) + mR \ln \left(\frac{V_3}{V_2} \right) = mC_v \ln \left(\frac{T_1}{T_2} \right)$$

$$c) \Delta S_{2 \rightarrow 3}(sist) = (2 \text{ kg}) \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln \left(\frac{600}{1800} \right) = -6.85 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

y la variación en la entropía de los alrededores, es decir del almacén térmico es

$$\Delta S_{2 \rightarrow 3}(alred) = \frac{Q_{alm}}{T_{alm}} = \frac{-Q_{sist}}{T_{alm}} = \frac{-\Delta U_{sist}}{T_{alm}} = \frac{-mC_V(T_3 - T_2)}{T_{alm}}$$

$$d) \Delta S_{2 \rightarrow 3}(alred) = \frac{-(2 \text{ kg}) \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (600 - 1800) \text{ K}}{600 \text{ K}} = 12.48 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Para este proceso $\Delta S_{2 \rightarrow 3}(univ) = \Delta S_{2 \rightarrow 3}(sist) + \Delta S_{2 \rightarrow 3}(alred)$; esto es

$$e) \Delta S_{2 \rightarrow 3}(univ) = (-6.85 + 12.48) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 5.63 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

El que $\Delta S_{2 \rightarrow 3}(univ)$ sea una cantidad positiva, significa que

f) el proceso (2→3) es irreversible

Paso 3.

Estando el sistema en el estado 3: $(P_1, V_1, 600 \text{ K})$, experimenta una expansión libre adiabática, duplicándose su volumen; lo cual significa que:

$$a) V_4 = 2V_3 = 2V_1, \quad b) T_4 = T_3 = 600 \text{ K}, \quad c) \Delta S_{3 \rightarrow 4}(alred) = 0$$

La presión 4 se obtiene a través de la ecuación de estado $PV = mRT$

$$d) P_4 = \frac{mRT_4}{V_4} = \frac{mRT_1}{2V_1} = \frac{1}{2} \left(\frac{mRT_1}{V_1} \right) = \frac{P_1}{2}$$

El estado 4 del sistema es: $\left(\frac{P_1}{2}, 2V_1, 600\text{ K}\right)$

La variación en la entropía del sistema para el proceso (3→4) está dada como:

$$\Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{sist}) = mC_v \ln\left(\frac{T_4}{T_3}\right) + mR \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) = mR \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)$$

$$\Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{sist}) = mR \ln\left(\frac{2V_1}{V_1}\right) = mR \ln(2)$$

$$e) \quad \Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{sist}) = (2\text{ kg})\left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}\right) \ln(2) = 2.88 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Para este proceso $\Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{univ}) = \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{sist}) + \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{alred})$

$$f) \quad \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{univ}) = (2.88 + 0) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 2.88 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Como el valor de $\Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{univ})$ es positivo, entonces

g) el proceso (3→4) es irreversible

Paso 4.

Las variaciones totales en las entropías del sistema, los alrededores y del universo se determinan sumando las cantidades correspondientes a cada columna como se ilustra en la tabla inferior. Esto es,

$$\Delta S_{1 \rightarrow 4}(\text{sist}) = \Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{sist}) + \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{sist}) + \Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{sist})$$

$$a) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 4}(\text{sist}) = (6.85 - 6.85 + 2.88) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 2.88 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

$$\Delta S_{1 \rightarrow 4}(\text{alred}) = \Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{alred}) + \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{alred}) + \Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{alred})$$

$$b) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 4}(\text{alred}) = (-6.85 + 12.48 + 0) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 5.63 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

$$\Delta S_{1 \rightarrow 4}(\text{univ}) = \Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{univ}) + \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{univ}) + \Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{univ})$$

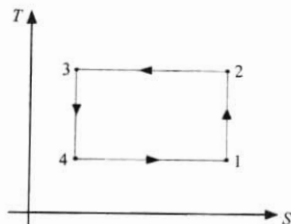
$$c) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 4}(\text{univ}) = (0 + 5.63 + 2.88) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 8.51 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

				$\Delta S/\text{kJK}^{-1}$			
	P/kPa	V/m^3	T/K	Sistema	Alrededores	Universo	Tipo de Proceso
1	P_1	V_1	600	1d 6.85	1e -6.85	1b 0	reversible
2	1f $3P_1$	1a V_1	1c 1800	2c -6.85	2d 12.48	2e 5.63	2f irreversible
3	2b P_1	V_1	2a 600	3e 2.88	3c 0	3f 2.88	3g irreversible
4	3d $P_1/2$	3a $2V_1$	3b 600	4a 2.88	4b 5.63	4c 8.51	

1 → 4

Problema 1.

Un sistema que consta de 3 kg de helio, efectúa el ciclo ilustrado en el plano ST . Sabiendo que el sistema absorbe 1500 kJ de calor, llenar la tabla.



	T K	ΔU /kJ	Q /kJ	W /kJ	ΔS /kJK ⁻¹
1					
2	400				
3					
4	300				
1					
neto					

Datos: $m = 3$ kg, $R = 2.08$ kJ/kgK, $C_V = 3.12$ kJ/kgK

Solución:

Paso 1.

El diagrama ST muestra que los estados 2 y 3 así como los estados 4 y 1 están ligados respectivamente por una curva de temperatura constante, es decir que los procesos (2→3) y (4→1) son isotérmicos; por lo tanto:

$$a) \quad T_1 = T_4 = 300 \text{ K}, \quad b) \quad T_3 = T_2 = 400 \text{ K}, \quad c) \quad \Delta U_{2 \rightarrow 3} = \Delta U_{4 \rightarrow 1} = 0$$

El diagrama ST también muestra que los procesos (1→2) y (3→4) son isentrópicos, lo que significa que

$$d) \quad Q_{1 \rightarrow 2} = Q_{3 \rightarrow 4} = 0, \quad e) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 2} = \Delta S_{3 \rightarrow 4} = 0$$

Como en un ciclo la variación total en cualquier variable termodinámica es igual a cero, entonces

$$f) \quad \Delta U_{\text{neto}} = 0 \quad \text{y} \quad g) \quad \Delta S_{\text{neto}} = 0$$

Paso 2.

En el plano ST el área bajo la curva representa al calor intercambiado por el sistema con los alrededores, de la figura se observa que el sistema absorbe calor durante el proceso (4→1), puesto que el área bajo esta curva es positiva, por lo tanto:

$$a) \quad Q_a = 1500 \text{ kJ} = Q_{4 \rightarrow 1}$$

Aplicando la ecuación de la 1ª Ley de la Termodinámica a este proceso y por el resultado del inciso (1c), se tiene que $\Delta U_{4 \rightarrow 1} = Q_{4 \rightarrow 1} - W_{4 \rightarrow 1} = 0$, por lo que:

$$b) \quad W_{4 \rightarrow 1} = Q_{4 \rightarrow 1} = 1500 \text{ kJ}$$

De la definición de calor se tiene que $Q_{4 \rightarrow 1} = \int_4^1 T dS = T_1 \Delta S_{4 \rightarrow 1}$ de donde:

$$c) \quad \Delta S_{4 \rightarrow 1} = \frac{Q_{4 \rightarrow 1}}{T_1} = \frac{1500 \text{ kJ}}{300 \text{ K}} = 5 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Dado que $\Delta S_{\text{neto}} = \Delta S_{1 \rightarrow 2} + \Delta S_{2 \rightarrow 3} + \Delta S_{3 \rightarrow 4} + \Delta S_{4 \rightarrow 1} = 0$, resulta que

$$\Delta S_{2 \rightarrow 3} = \Delta S_{\text{neto}} - (\Delta S_{1 \rightarrow 2} + \Delta S_{3 \rightarrow 4} + \Delta S_{4 \rightarrow 1}), \text{ numéricamente,}$$

$$d) \quad \Delta S_{2 \rightarrow 3} = 0 - (0 + 0 + 5) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = -5 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Aplicando ahora la definición de calor para el proceso isotérmico (2→3)

$$e) \quad Q_{2 \rightarrow 3} = \int_2^3 T dS = T_2 \Delta S_{2 \rightarrow 3} = (400 \text{ K}) \left(-5 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \right) = -2000 \text{ kJ}$$

De la aplicación de la ecuación de 1ª Ley de la Termodinámica a este proceso y por el resultado del inciso (1c), se tiene que $\Delta U_{2 \rightarrow 3} = Q_{2 \rightarrow 3} - W_{2 \rightarrow 3} = 0$, resulta que:

$$f) \quad W_{2 \rightarrow 3} = Q_{2 \rightarrow 3} = -2000 \text{ kJ}$$

Paso 3.

El calor neto está dado como $Q_{\text{neto}} = Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{3 \rightarrow 4} + Q_{4 \rightarrow 1}$, por lo que:

$$a) \quad Q_{\text{neto}} = (0 - 2000 + 0 + 1500) \text{ kJ} = -500 \text{ kJ}$$

De la ecuación de la 1ª Ley de la Termodinámica y del resultado del inciso (1f):

$$\Delta U_{\text{neto}} = Q_{\text{neto}} - W_{\text{neto}} = 0, \text{ de donde:}$$

$$b) W_{\text{neto}} = Q_{\text{neto}} = -500 \text{ kJ}$$

Paso 4.

Determinamos ahora el cambio en la energía interna del sistema para el proceso (1→2):

$$a) \Delta U_{1 \rightarrow 2} = mC_v (T_2 - T_1) = (3 \text{ kg}) \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (400 - 300) \text{ K} = 936 \text{ kJ}$$

(3→4):

$$b) \Delta U_{3 \rightarrow 4} = mC_v (T_4 - T_3) = (3 \text{ kg}) \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (300 - 400) \text{ K} = -936 \text{ kJ}$$

Finalmente, dado que para los procesos (1→2) y (3→4) el sistema no intercambia calor con los alrededores, de la ecuación de 1ª Ley se concluye que:

$$c) W_{1 \rightarrow 2} = -\Delta U_{1 \rightarrow 2} = -(936 \text{ kJ}) = -936 \text{ kJ}$$

$$d) W_{3 \rightarrow 4} = -\Delta U_{3 \rightarrow 4} = -(-936 \text{ kJ}) = 936 \text{ kJ}$$

		T/K	$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ	$\Delta S/\text{kJK}^{-1}$
1	1a	300	4a 936	1d 0	4c -936	1e 0
2		400	1c 0	2e -2000	2f -2000	2d -5
3	1b	400	4b -936	1d 0	4d -936	1e 0
4		300	1c 0	2a 1500	2b 1500	2c 5
1	1a	300				
neto			1f 0	3a -500	3b -500	1g 0

Problema 2.

Un sistema que consta de 3 kg de helio, inicialmente a 300 K y 4 m³ efectúa los siguientes cambios:

Isobáricamente aumenta su temperatura en 150 K; seguidamente ocurre un enfriamiento isentrópico e isotérmicamente retorna a su estado inicial.

a) Llenar la tabla, b) esbozar el ciclo en los planos VP y ST ; calcular: c) el rendimiento r del ciclo, d) el rendimiento r_C de un ciclo de Carnot operando a las temperaturas extremas.

	P/kPa	V/m^3	T/K	$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ	$\Delta S/\text{kJK}^{-1}$
1							
2							
3							
1							
neto							

Datos: $m = 3 \text{ kg}$, $R = 2.08 \text{ kJ/kgK}$, $C_V = 3.12 \text{ kJ/kgK}$

Solución:

Paso 1.

Se conoce el volumen y la temperatura en el estado inicial por lo que de la ecuación de estado de gas ideal, $PV = mRT$ determinamos,

$$a) \quad P_1 = \frac{mRT_1}{V_1} = \frac{(3 \text{ kg}) \left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (300 \text{ K})}{(4 \text{ m}^3)} = 468 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} = 468 \text{ kPa}$$

Como el proceso (1→2) es isobárico, entonces:

$$b) \quad P_2 = P_1 = 468 \text{ kPa}$$

En este proceso la temperatura aumenta en 150 K, esto es que:

$$\Delta T_{1 \rightarrow 2} = T_2 - T_1 = 150 \text{ K}; \text{ de donde:}$$

$$c) \quad T_2 = T_1 + \Delta T_{1 \rightarrow 2} = (300 + 150) \text{ K} = 450 \text{ K}$$

De la ecuación de estado de gas ideal $PV = mRT$ calculamos:

$$d) \quad V_2 = \frac{mRT_2}{P_2} = \frac{(3 \text{ kg}) \left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (450 \text{ K})}{(468 \text{ kPa})} = 6 \frac{\text{kJ}}{\frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}} = 6 \text{ m}^3$$

Paso 2.

El proceso (2→3) ocurre a entropía constante, lo que implica que

$$a) \quad \Delta S_{2 \rightarrow 3} = 0, \quad b) \quad Q_{2 \rightarrow 3} = 0$$

Como el sistema regresa al estado inicial en forma isotérmica, entonces:

$$c) \quad T_3 = T_1 = 300 \text{ K}$$

Paso 3.

Con los datos de R y C_V resulta que: $a) \quad C_p = C_V + R = 5.20 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$

Del resultado del inciso (2a) se tiene que: $\Delta S_{2 \rightarrow 3} = mC_p \ln \left(\frac{T_3}{T_2} \right) - mR \ln \left(\frac{P_3}{P_2} \right) = 0,$

por lo que: $mR \ln \left(\frac{P_3}{P_2} \right) = mC_p \ln \left(\frac{T_3}{T_2} \right)$; de donde: $\ln \left(\frac{P_3}{P_2} \right) = \left(\frac{C_p}{R} \right) \ln \left(\frac{T_3}{T_2} \right) = \ln \left(\frac{T_3}{T_2} \right)^{(C_p/R)}$

o $\left(\frac{P_3}{P_2} \right) = \left(\frac{T_3}{T_2} \right)^{(C_p/R)}$; ecuación de la cual se obtiene que

$$b) \quad P_3 = P_2 \left(\frac{T_3}{T_2} \right)^{C_p/R} = (468 \text{ kPa}) \left(\frac{300}{450} \right)^{5.2/2.08} = 169.83 \text{ kPa}$$

Aplicando la ecuación de procesos politrópicos $P_3V_3^\kappa = P_1V_1^\kappa$ con $\kappa = 1$ se tiene que:

$P_3V_3 = P_1V_1$, de donde:

$$c) \quad V_3 = \frac{P_1V_1}{P_3} = \frac{(468 \text{ kPa}) (4 \text{ m}^3)}{(169.83 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3})} = 11.02 \text{ m}^3$$

Paso 4.

Como en un ciclo la variación total en cualquier variable termodinámica es igual a cero, entonces:

$$a) \quad \Delta U_{\text{neto}} = 0 \quad \text{y} \quad b) \quad \Delta S_{\text{neto}} = 0$$

La variación en la energía interna del sistema para el proceso (1→2) es:

$$c) \quad \Delta U_{1 \rightarrow 2} = mC_V (T_2 - T_1) = (3 \text{ kg}) \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (450 - 300) \text{ K} = 1404 \text{ kJ}$$

para el proceso (2→3):

$$d) \quad \Delta U_{2 \rightarrow 3} = mC_V (T_3 - T_2) = (3 \text{ kg}) \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (300 - 450) \text{ K} = -1404 \text{ kJ}$$

y para el proceso (3→1):

$$e) \quad \Delta U_{3 \rightarrow 1} = mC_V (T_1 - T_3) = 0$$

Paso 5.

De la definición de trabajo $W_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 P dV = \int_1^2 mR dT$, se tiene que

$$W_{1 \rightarrow 2} = P_2 \int_1^2 dV = mR \int_1^2 dT = P_2 \Delta V_{1 \rightarrow 2} = mR \Delta T_{1 \rightarrow 2}$$

$$a) \quad W_{1 \rightarrow 2} = (3 \text{ kg}) \left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (450 - 300) \text{ K} = 936 \text{ kJ}$$

De la ecuación de 1ª Ley $\Delta U_{1 \rightarrow 2} = Q_{1 \rightarrow 2} - W_{1 \rightarrow 2}$, se infiere que

$$b) \quad Q_{12} = \Delta U_{1 \rightarrow 2} + W_{1 \rightarrow 2} = (1404 + 936) \text{ kJ} = 2340 \text{ kJ}$$

Para este proceso determinamos la variación en entropía a través de la ecuación:

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = mC_P \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) - mR \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right) = mC_P \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)$$

$$c) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 2} = (3 \text{ kg}) \left(5.20 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln \left(\frac{450}{300} \right) = 6.32 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Se sabe que en el proceso (2→3), $Q_{2\rightarrow3} = 0$ por lo que de la aplicación de la ecuación de la Primera Ley de la Termodinámica, $\Delta U_{2\rightarrow3} = Q_{2\rightarrow3} - W_{2\rightarrow3}$, resulta

$$d) \quad W_{2\rightarrow3} = -\Delta U_{2\rightarrow3} = -(-1404 \text{ kJ}) = 1404 \text{ kJ}$$

Paso 6.

Como en un ciclo la variación total en la variable entropía es igual a cero, entonces

$$\Delta S_{\text{neto}} = \Delta S_{1\rightarrow2} + \Delta S_{2\rightarrow3} + \Delta S_{3\rightarrow1} = 0; \text{ de donde: } \Delta S_{3\rightarrow1} = \Delta S_{\text{neto}} - \Delta S_{1\rightarrow2} - \Delta S_{2\rightarrow3}$$

$$a) \quad \Delta S_{3\rightarrow1} = (0 - 6.32 - 0) = -6.32 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Para el proceso isotérmico (3→1), calculamos el calor intercambiado por el sistema mediante la ecuación de la definición de calor: $Q_{3\rightarrow1} = \int_3^1 T dS = T_1 \int_3^1 dS = T_1 \Delta S_{3\rightarrow1}$

$$b) \quad Q_{3\rightarrow1} = (300 \text{ K}) \left(-6.32 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) = -1896 \text{ kJ}$$

y dado que $\Delta U_{3\rightarrow1} = 0$, de la ecuación de 1ª Ley se tiene que:

$$c) \quad W_{3\rightarrow1} = Q_{3\rightarrow1} = -1896 \text{ kJ}$$

Paso 7.

Dado que la variación total en la energía interna es igual a cero, resulta que el trabajo neto es igual al calor neto y se obtienen como:

$$W_{\text{neto}} = W_{1\rightarrow2} + W_{2\rightarrow3} + W_{3\rightarrow1} = Q_{1\rightarrow2} + Q_{2\rightarrow3} + Q_{3\rightarrow1}$$

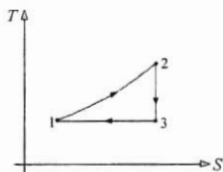
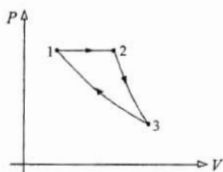
$$a) \quad W_{\text{neto}} = (936 + 1404 - 1896) \text{ kJ} = 444 \text{ kJ} = Q_{\text{neto}}$$

Finalmente, el rendimiento r del ciclo lo determinamos mediante la ecuación

$$b) \quad r = \frac{W_{\text{neto}}}{Q_a} = \frac{W_{\text{neto}}}{Q_{1\rightarrow2}} = \frac{444 \text{ kJ}}{2340 \text{ kJ}} = 18.97 \% = 19 \%$$

y el rendimiento r_C de un ciclo de Carnot operando a las temperaturas extremas es:

$$c) \quad r_c = \left(1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}}\right) = \left(1 - \frac{T_3}{T_2}\right) = \left(1 - \frac{300}{450}\right) = 0.33 = 33.33\%$$



	P/kPa	V/m^3	T/K	$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ	$\Delta S/\text{kJK}^{-1}$
1	1a 468	4	300	4c 1404	5b 2340	5a 936	5c 6.32
2	1b 468	1d 6	1c 450	4d -1404	2b 0	5d 1404	2a 0
3	3b 169.83	3c 11.02	2c 300	4e 0	6b -1896	6c -1896	6a -6.32
4	1a 468	4	300				
neto				4a 0	7a 444	7a 444	4b 0

Problema 3.

Un sistema que consta de 3 kg de helio, inicialmente a 900 kPa y 600 K efectúa los siguientes cambios:

Mediante una expansión libre adiabática, su volumen se triplica; mediante un proceso isocórico reversible su presión aumenta en 600 kPa; finalmente, en forma isobárica regresa al estado inicial.

a) Llenar los espacios vacíos en la tabla, b) indicar si el ciclo es reversible o irreversible.

	P/kPa	V/m ³	T/K	$\Delta S/\text{kJK}^{-1}$			Tipo de Proceso
				Sistema	Alrededores	Universo	
1							
2							
3						0	
4							

1 → 1

Datos: $m = 3 \text{ kg}$, $R = 2.08 \text{ kJ/kgK}$, $C_V = 3.12 \text{ kJ/kgK}$

Solución:

Paso 1.

Se conocen las condiciones iniciales de presión y temperatura, por lo que de la ecuación de estado de gas ideal, $PV = mRT$ determinamos:

$$a) \quad V_1 = \frac{mRT_1}{P_1} = \frac{(3 \text{ kg}) \left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (600 \text{ K})}{\left(900 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} \right)} = 4.16 \frac{\text{kJ}}{\frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}} = 4.16 \text{ m}^3$$

El sistema pasa del estado 1 al 2 mediante una expansión libre adiabática, triplicándose su volumen; lo cual significa que:

$$b) \quad V_2 = 3V_1 = 3(4.16 \text{ m}^3) = 12.48 \text{ m}^3, \quad c) \quad T_2 = T_1 = 600 \text{ K}, \quad d) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{alred}) = 0$$

La variación en la entropía del sistema para este proceso la calculamos como

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{sist}) = mC_V \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + mR \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = mR \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

$$e) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{sist}) = (3 \text{ kg}) \left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln \left(\frac{12.48}{4.16} \right) = 6.86 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

Para este proceso $\Delta S_{1 \rightarrow 2}(univ) = \Delta S_{1 \rightarrow 2}(sist) + \Delta S_{1 \rightarrow 2}(alred)$

$$f) \Delta S_{1 \rightarrow 2}(univ) = (6.86 + 0) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 6.86 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Como el valor de $\Delta S_{1 \rightarrow 2}(univ)$ es positivo, se concluye que:

g) el proceso (1→2) es irreversible

Determinamos finalmente la presión en el estado 2 a través de la ecuación de estado:

$$h) P_2 = \frac{mRT_2}{V_2} = \frac{(3 \text{ kg}) \left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (600 \text{ K})}{(12.48 \text{ m}^3)} = 300 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} = 300 \text{ kPa}$$

Paso 2.

El sistema pasa del estado 2 al 3 mediante un proceso isocórico reversible, aumentando la presión en 600 kPa; lo cual significa que: a) $V_3 = V_2 = 12.48 \text{ m}^3$,

y como $\Delta P_{2 \rightarrow 3} = P_3 - P_2 = 600 \text{ kPa}$, entonces:

$$b) P_3 = P_2 + \Delta P_{2 \rightarrow 3} = (300 + 600) \text{ kPa} = 900 \text{ kPa}, \quad c) \Delta S_{2 \rightarrow 3}(univ) = 0$$

La temperatura del sistema en el estado 3 se calcula mediante la ecuación de estado

$$d) T_3 = \frac{P_3 V_3}{mR} = \frac{\left(900 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} \right) (12.48 \text{ m}^3)}{(3 \text{ kg}) \left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right)} = 1800 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 1800 \text{ K}$$

La variación en la entropía del sistema para este proceso se determina mediante la ecuación:

$$\Delta S_{2 \rightarrow 3}(sist) = mC_v \ln \left(\frac{T_3}{T_2} \right) + mR \ln \left(\frac{V_3}{V_2} \right) = mC_v \ln \left(\frac{T_3}{T_2} \right)$$

$$e) \Delta S_{2 \rightarrow 3}(sist) = (3 \text{ kg}) \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln \left(\frac{1800}{600} \right) = 10.28 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Del resultado del inciso (2c) se tiene que

$$\Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{univ}) = \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{sist}) + \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{alred}) = 0; \text{ de donde}$$

$$f) \quad \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{alred}) = -\Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{sist}) = -\left(10.28 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}\right) = -10.28 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Paso 3.

El sistema regresa finalmente al estado inicial mediante un proceso isobárico; por lo tanto,

$$a) \quad P_1 = P_3 = 900 \text{ kPa}$$

La variación en la entropía del sistema para este último proceso la calculamos como

$$\Delta S_{3 \rightarrow 1}(\text{sist}) = mC_p \ln\left(\frac{T_1}{T_3}\right) - mR \ln\left(\frac{P_1}{P_3}\right) = mC_p \ln\left(\frac{T_1}{T_3}\right)$$

$$b) \quad \Delta S_{3 \rightarrow 1}(\text{sist}) = (3 \text{ kg}) \left(5.20 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}\right) \ln\left(\frac{600}{1800}\right) = -17.14 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Se sabe que para este proceso: $\Delta S_{3 \rightarrow 1}(\text{univ}) = \Delta S_{3 \rightarrow 1}(\text{sist}) + \Delta S_{3 \rightarrow 1}(\text{alred}) = 0$; esto es que

c) el proceso (3→1) es reversible

y de la ecuación anterior se tiene que:

$$d) \quad \Delta S_{3 \rightarrow 1}(\text{alred}) = -\Delta S_{3 \rightarrow 1}(\text{sist}) = -(-17.14) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 17.14 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Paso 4.

Las variaciones totales en las entropías del sistema, los alrededores y del universo se determinan sumando las cantidades de la columna correspondiente

$$\Delta S_{1 \rightarrow 1}(\text{sist}) = \Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{sist}) + \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{sist}) + \Delta S_{3 \rightarrow 1}(\text{sist})$$

$$a) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 1}(\text{sist}) = (6.86 + 10.28 - 17.14) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 0$$

$$\Delta S_{1 \rightarrow 1}(\text{alred}) = \Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{alred}) + \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{alred}) + \Delta S_{3 \rightarrow 1}(\text{alred})$$

$$b) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 1}(\text{alred}) = (0 - 10.28 + 17.14) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 6.86 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

$$\Delta S_{1 \rightarrow 1}(\text{univ}) = \Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{univ}) + \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{univ}) + \Delta S_{3 \rightarrow 1}(\text{univ})$$

$$c) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 1}(\text{univ}) = (6.86 + 0 + 0) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 6.86 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Dado que $\Delta S_{1 \rightarrow 1}(\text{univ})$ es una cantidad positiva, concluimos que

d) el ciclo es irreversible

	P/kPa	V/m^3	T/K	$\Delta S/\text{kJK}^{-1}$			
				Sistema	Alrededores	Universo	Tipo de Proceso
1	900	1a 4.16	600	1e 6.86	1d 0	1f 6.86	1g irreversible
2	300	1b 12.48	600	2e 10.28	2f -10.28	2c 0	reversible
3	900	2a 12.48	1800	3b -17.14	3d 17.14	0	3c reversible
1	900	1a 4.16	600	4a 0	4b 6.86	4c 6.86	

1 → 1

Problema 4.

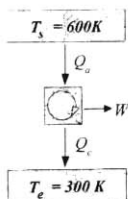
Un sistema efectúa un ciclo operando entre dos almacenes térmicos. Considerando que la energía se conserva; indicar mediante cálculos de entropía, en cada uno de los casos siguientes, si el ciclo es posible (reversible o irreversible) o imposible.

- a) El sistema absorbe 100 kJ de calor del almacén a 600 K, realiza un trabajo neto de 25 kJ y cede una determinada cantidad de calor al almacén a 300 K.
- b) El sistema absorbe 100 kJ de calor del almacén a 600 K, realiza un trabajo neto W y cede 30 kJ de calor al almacén a 300 K.
- c) El sistema absorbe 100 kJ de calor del almacén a 300 K y cede una determinada cantidad de calor al almacén a 600 K. El trabajo neto que debe suministrársele al sistema en el ciclo es de 100 kJ.

Datos generales: $T_s = 600\text{ K}$, $T_e = 300\text{ K}$

Solución:

a)



Datos: $Q_a = 100\text{ kJ}$, $W = 25\text{ kJ}$

Dado que la energía se conserva, entonces $W = Q_a - Q_c$; de donde.

$$Q_c = Q_a - W = (100 - 25)\text{ kJ} = 75\text{ kJ}$$

La variación en la entropía del universo está dada como: $\Delta S_{\text{univ}} = \Delta S_{\text{sist}} + \Delta S_{\text{alred}}$

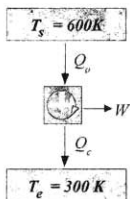
En donde $\Delta S_{\text{sist}} = 0$ porque el sistema opera cíclicamente, y

$$\Delta S_{\text{alred}} = \Delta S_{\text{alm } T_s} + \Delta S_{\text{alm } T_e} = -\frac{Q_a}{T_s} + \frac{Q_c}{T_e}; \text{ de aquí que: } \Delta S_{\text{univ}} = 0 - \frac{Q_a}{T_s} + \frac{Q_c}{T_e}$$

$$\Delta S_{\text{univ}} = \left(-\frac{100\text{ kJ}}{600\text{ K}} + \frac{75\text{ kJ}}{300\text{ K}} \right) = (-0.17 + 0.25) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 0.08 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Como ΔS_{univ} es positiva, concluimos que el ciclo es: *posible irreversible*

b)



Datos: $Q_a = 100 \text{ kJ}$, $Q_c = 30 \text{ kJ}$

Dado que la energía se conserva, entonces $W = Q_a - Q_c = (100 - 30) \text{ kJ} = 70 \text{ kJ}$

La variación en la entropía del universo está dada como: $\Delta S_{univ} = \Delta S_{sist} + \Delta S_{alred}$

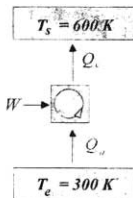
En donde $\Delta S_{sist} = 0$ porque el sistema opera cíclicamente, y

$$\Delta S_{alred} = \Delta S_{alm T_s} + \Delta S_{alm T_c} = -\frac{Q_a}{T_s} + \frac{Q_c}{T_c}; \text{ de aquí que: } \Delta S_{univ} = 0 - \frac{Q_a}{T_s} + \frac{Q_c}{T_c}$$

$$\Delta S_{univ} = \left(-\frac{100 \text{ kJ}}{600 \text{ K}} + \frac{30 \text{ kJ}}{300 \text{ K}} \right) = (-0.17 + 0.10) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = -0.07 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

y como ΔS_{univ} es negativa, concluimos que el ciclo es: *imposible*

c)



Datos: $Q_a = 100 \text{ kJ}$, $W = 100 \text{ kJ}$

La Ley de conservación de la energía queda expresada como $-W = Q_a - Q_c$, el trabajo es negativo porque ahora se está suministrando al sistema, entonces:

$$Q_c = Q_a + W = (100 + 100) \text{ kJ} = 200 \text{ kJ}$$

La variación en la entropía del universo está dada como: $\Delta S_{\text{univ}} = \Delta S_{\text{sisl}} + \Delta S_{\text{alred}}$

En donde $\Delta S_{\text{sisl}} = 0$ porque el sistema opera ciclicamente, y

$$\Delta S_{\text{alred}} = \Delta S_{\text{alred } T_h} + \Delta S_{\text{alred } T_c} = \frac{Q_c}{T_h} - \frac{Q_a}{T_c} ; \text{ de aquí que: } \Delta S_{\text{univ}} = 0 + \frac{Q_c}{T_h} - \frac{Q_a}{T_c}$$

$$\Delta S_{\text{univ}} = \left(\frac{200 \text{ kJ}}{600 \text{ K}} - \frac{100 \text{ kJ}}{300 \text{ K}} \right) = (0.33 - 0.33) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 0$$

Como ΔS_{univ} es igual a cero, concluimos que el ciclo es: *posible reversible*

(83 - I)

Problema 1.

Un gas ideal ($C_V' = 30 \text{ kJ/K}$), efectúa los siguientes cambios: a volumen constante pasa del estado 1 al 2, cediendo 500 kJ de calor; en forma isobárica pasa del 2 al 3; mediante un cambio isentrópico pasa del 3 al 4, realizándose un trabajo de 400 kJ sobre el gas. Sabiendo que la energía interna en los estados 1 y 4 es igual, y que el calor total cedido por el gas es de 200 kJ, llenar la tabla.

T/K		$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ
	1			
400	2			
	3			
	4			
	total			

Datos: $C_V' = 20 \text{ kJ/K}$

Solución:

Paso 1.

El proceso (1→2) es isocórico, esto es que a) $W_{1\rightarrow2} = 0$

Como el sistema cede 500 kJ de calor, entonces b) $Q_{1\rightarrow2} = -500 \text{ kJ}$

De la ecuación de la 1ª Ley de la Termodinámica $\Delta U_{1\rightarrow2} = Q_{1\rightarrow2} - W_{1\rightarrow2}$ se tiene que,

c) $\Delta U_{1\rightarrow2} = Q_{1\rightarrow2} = -500 \text{ kJ}$

De la ecuación $\Delta U_{1\rightarrow2} = C_V' (T_2 - T_1)$ se obtiene la temperatura en el estado 1:

$$T_2 - T_1 = \frac{\Delta U_{1\rightarrow2}}{C_V'} ; \text{ esto es que: } d) \quad T_1 = T_2 - \frac{\Delta U_{1\rightarrow2}}{C_V'} = 400 \text{ K} - \left(\frac{-500 \text{ kJ}}{30 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}} \right) = 416.67 \text{ K}$$

Finalmente, como la energía interna en los estados 1 y 4 es igual, esto significa que

e) $\Delta U_{total} = \Delta U_{1\rightarrow4} = U_4 - U_1 = 0$

y la temperatura en los estados 1 y 4 es la misma, por lo tanto f) $T_4 = T_1 = 416.67 \text{ K}$

Paso 2.

El sistema pasa del estado 3 al 4, en forma isoentrópica, realizándose sobre él un trabajo de 400 kJ; esto significa que: a) $Q_{3 \rightarrow 4} = 0$ y que b) $W_{3 \rightarrow 4} = -400$ kJ

De la ecuación de la 1ª Ley $\Delta U_{3 \rightarrow 4} = Q_{3 \rightarrow 4} - W_{3 \rightarrow 4}$, de donde:

$$c) \Delta U_{3 \rightarrow 4} = -W_{3 \rightarrow 4} = -(-400 \text{ kJ}) = 400 \text{ kJ}$$

Dado que $\Delta U_{1 \rightarrow 4} = \Delta U_{1 \rightarrow 2} + \Delta U_{2 \rightarrow 3} + \Delta U_{3 \rightarrow 4} = 0$, entonces la variación en la energía interna del sistema durante el proceso isobárico (2→3) es

$$d) \Delta U_{2 \rightarrow 3} = \Delta U_{1 \rightarrow 4} - (\Delta U_{1 \rightarrow 2} + \Delta U_{3 \rightarrow 4}) = (0) - (-500 + 400) \text{ kJ} = 100 \text{ kJ}$$

Paso 3.

Ahora bien, de la relación $\Delta U_{2 \rightarrow 3} = C_V (T_3 - T_2)$ se obtiene que

$$a) T_3 = \frac{\Delta U_{2 \rightarrow 3}}{C_V} + T_2 = \frac{100 \text{ kJ}}{30 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}} + 400 \text{ K} = 403.33 \text{ K}$$

Se sabe que el calor total cedido por el sistema es de 200 kJ; esto es que

$$b) Q_{\text{total}} = -200 \text{ kJ} = Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{3 \rightarrow 4}, \text{ de donde:}$$

$$c) Q_{2 \rightarrow 3} = Q_{\text{total}} - (Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{3 \rightarrow 4}) = -200 \text{ kJ} - (-500 + 0) \text{ kJ} = 300 \text{ kJ}$$

De la ecuación de la 1ª Ley $\Delta U_{2 \rightarrow 3} = Q_{2 \rightarrow 3} - W_{2 \rightarrow 3}$, se infiere que,

$$d) W_{2 \rightarrow 3} = Q_{2 \rightarrow 3} - \Delta U_{2 \rightarrow 3} = (300 - 100) \text{ kJ} = 200 \text{ kJ}$$

Finalmente, como $\Delta U_{\text{total}} = Q_{\text{total}} - W_{\text{total}} = 0$; entonces

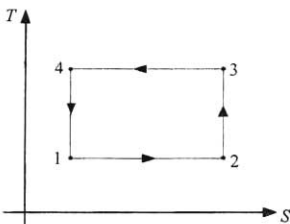
$$e) W_{\text{total}} = Q_{\text{total}} = -200 \text{ kJ}$$

T/K		$\Delta U/\text{kJ}$		Q/kJ	W/kJ		
<i>I_d</i>	416.67	1	<i>I_c</i>	-500	<i>I_a</i>	0	
	400	2	<i>2_d</i>	100	<i>3_c</i>	200	
<i>3_a</i>	403.33	3	<i>2_c</i>	400	<i>2_a</i>	0	
<i>I_f</i>	416.67	4			<i>2_b</i>	-400	
total		<i>I_e</i>	0	<i>3_b</i>	-200	<i>3_e</i>	-200

Problema 2.

Un sistema constituido por 3 kg de helio, efectúa un ciclo de Carnot operando entre las temperaturas de 350 K y 500 K.

Sabiendo que el trabajo realizado sobre el sistema en la compresión isotérmica es de 1500 kJ, llenar la tabla.



	T/K	$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ	$\Delta S/\text{kJK}^{-1}$
1					
2					
3					
4					
1					
neto					

Datos: $m = 3 \text{ kg}$, $R = 2.08 \text{ kJ/kgK}$, $C_p = 5.20 \text{ kJ/kgK}$

Solución:

Paso 1.

Como muestra el diagrama ST , el sistema opera entre las temperaturas extremas

$$a) \quad T_1 = T_2 = T_{\min} = 350 \text{ K} \quad \text{y} \quad b) \quad T_3 = T_4 = T_{\max} = 500 \text{ K}$$

Además, $c) \quad \Delta U_{1 \rightarrow 2} = \Delta U_{3 \rightarrow 4} = 0$ debido a que ambos procesos ocurren a temperatura constante.

Como en un ciclo la variación total en cualquier variable termodinámica es igual a cero, entonces

$$d) \quad \Delta U_{\text{neto}} = 0 \quad \text{y} \quad e) \quad \Delta S_{\text{neto}} = 0$$

Los procesos $(2 \rightarrow 3)$ y $(4 \rightarrow 1)$ son esioentrópicos, lo cual significa que

$$f) \quad Q_{2 \rightarrow 3} = 0 = Q_{4 \rightarrow 1}, \quad g) \quad \Delta S_{2 \rightarrow 3} = 0 = \Delta S_{4 \rightarrow 1}$$

Paso 2.

En un proceso isotérmico el calor y el trabajo son iguales y como se ilustra en el diagrama ST , el área bajo la curva que une a los estados 3 y 4 (que representa al calor intercambiado) es negativa; de aquí que el proceso $(3 \rightarrow 4)$ representa a la compresión isotérmica por lo que

$$a) \quad W_{3 \rightarrow 4} = Q_{3 \rightarrow 4} = -1500 \text{ kJ}$$

Para este proceso se tiene de la definición de calor, $Q_{3 \rightarrow 4} = \int_3^4 T dS = T_3 \Delta S_{3 \rightarrow 4}$, de donde:

$$b) \quad \Delta S_{3 \rightarrow 4} = \frac{Q_{3 \rightarrow 4}}{T_3} = \frac{-1500 \text{ kJ}}{500 \text{ K}} = -3 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Dado que $\Delta S_{\text{neto}} = \Delta S_{1 \rightarrow 2} + \Delta S_{2 \rightarrow 3} + \Delta S_{3 \rightarrow 4} + \Delta S_{4 \rightarrow 1} = 0$, entonces:

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = \Delta S_{\text{neto}} - (\Delta S_{2 \rightarrow 3} + \Delta S_{3 \rightarrow 4} + \Delta S_{4 \rightarrow 1})$$

$$c) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 2} = 0 - (0 - 3 + 0) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 3 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Aplicando la definición de calor para el proceso isotérmico (1→2) se tiene que

$$d) \quad Q_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 T dS = T_1 \Delta S_{1 \rightarrow 2} = (350 \text{ K}) \left(3 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \right) = 1050 \text{ kJ} = W_{1 \rightarrow 2}$$

Paso 3.

El calor neto está dado como $Q_{\text{neto}} = Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{3 \rightarrow 4} + Q_{4 \rightarrow 1}$

$$a) \quad Q_{\text{neto}} = (1050 + 0 - 1500 + 0) \text{ kJ} = -450 \text{ kJ}$$

Dado que $\Delta U_{\text{neto}} = Q_{\text{neto}} - W_{\text{neto}} = 0$, entonces,

$$b) \quad W_{\text{neto}} = Q_{\text{neto}} = -450 \text{ kJ}$$

Paso 4.

Determinamos ahora el cambio en la energía interna del sistema para el proceso (2→3):

$$a) \quad \Delta U_{2 \rightarrow 3} = m C_V (T_3 - T_2) = (3 \text{ kg}) \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \right) (500 - 350) \text{ K} = 1404 \text{ kJ}$$

y para el proceso (4→1):



$$b) \Delta U_{4 \rightarrow 1} = mC_V (T_1 - T_4) = (3 \text{ kg}) \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (350 - 500) \text{ K} = -1404 \text{ kJ}$$

Finalmente, dado que para los procesos (2→3) y (4→1) el sistema no intercambia calor con los alrededores, de la ecuación de 1ª Ley se concluye que

$$c) W_{2 \rightarrow 3} = -\Delta U_{2 \rightarrow 3} = -(1404 \text{ kJ}) = -1404 \text{ kJ}$$

$$d) W_{4 \rightarrow 1} = -\Delta U_{4 \rightarrow 1} = -(-1404 \text{ kJ}) = 1404 \text{ kJ}$$

	T/K	$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ	$\Delta S/\text{kJK}^{-1}$
1	1a 350	1c 0	2d 1050	2d 1050	2c 3
2	1a 350	4a 1404	1f 0	4c -1404	1g 0
3	1b 500	1c 0	2a 1500	2a -1500	2b -3
4	1b 500	4b 1404	1f 0	4d 1404	1g 0
1	1a 350				
neto		1d 0	3a -450	3b -450	1e 0

Problema 3.

Un sistema que consta de 3 kg de helio, inicialmente a 624 kPa y 600 K, se ve sujeto a los cambios siguientes: en forma isocórica su temperatura disminuye en 250 K; a continuación llega al estado 3 en forma isentrópica; finalmente, regresa al estado inicial al efectuarse un cambio isobárico.

a) Llenar la tabla, b) esbozar el diagrama del ciclo en los planos PV y ST ; calcular: c) el rendimiento r del ciclo y d) el rendimiento r_C de un ciclo de Carnot operando a las temperaturas extremas.

	P/kPa	V/m^3	T/K	$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ	$\Delta S/\text{kJ/K}$
1							
2							
3							
1							
neto							

Datos: $m = 3 \text{ kg}$, $R = 2.08 \text{ kJ/kgK}$, $C_p = 5.20 \text{ kJ/kgK}$

Solución:

Paso 1.

De la ecuación de estado de gas ideal, $PV = mRT$ determinamos:

$$a) \quad V_1 = \frac{mRT_1}{P_1} = \frac{(3 \text{ kg}) \left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (600 \text{ K})}{\left(624 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} \right)} = 6 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} = 6 \text{ m}^3$$

Como el proceso (1→2) es isocórico, entonces $b) \quad V_2 = V_1 = 6 \text{ m}^3$

En este proceso la temperatura disminuye en 250 K, esto es: $\Delta T_{1 \rightarrow 2} = T_2 - T_1 = -250 \text{ K}$,

de donde: $c) \quad T_2 = T_1 + \Delta T_{1 \rightarrow 2} = (600 - 250) \text{ K} = 350 \text{ K}$

De la ecuación de estado de gas ideal, $PV = mRT$ calculamos

$$d) \quad P_2 = \frac{mRT_2}{V_2} = \frac{(3 \text{ kg}) \left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (350 \text{ K})}{(6 \text{ m}^3)} = 364 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} = 364 \text{ kPa}$$

Paso 2.

El proceso (2→3) ocurre a entropía constante, lo que implica que

$$a) \quad \Delta S_{2 \rightarrow 3} = 0 \quad \text{y} \quad b) \quad Q_{2 \rightarrow 3} = 0$$

Se sabe que el sistema regresa al estado inicial en forma isobárica, lo cual significa que:

$$c) \quad P_3 = P_1 = 624 \text{ kPa}$$

Paso 3.

$$\text{Como } C_p = C_v + R, \text{ entonces: } C_v = C_p - R = 3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

$$\text{Dado que } \Delta S_{2 \rightarrow 3} = 0; \text{ de la ecuación } \Delta S_{2 \rightarrow 3} = m C_p \ln \left(\frac{T_3}{T_2} \right) - m R \ln \left(\frac{P_3}{P_2} \right) = 0,$$

$$\text{se tiene que: } \ln \left(\frac{T_3}{T_2} \right) = (R/C_p) \ln \left(\frac{P_3}{P_2} \right) = \ln \left(\frac{P_3}{P_2} \right)^{(R/C_p)} \quad \text{ó} \quad \left(\frac{T_3}{T_2} \right) = \left(\frac{P_3}{P_2} \right)^{(R/C_p)}$$

de donde:

$$a) \quad T_3 = T_2 \left(\frac{P_3}{P_2} \right)^{(R/C_p)} = (350 \text{ K}) \left(\frac{624}{364} \right)^{(2.08/5.20)} = 434.21 \text{ K}$$

De la ecuación de estado de gas ideal, se obtiene:

$$b) \quad V_3 = \frac{m R T_3}{P_3} = \frac{(3 \text{ kg}) \left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (434.21 \text{ K})}{\left(624 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} \right)} = 4.34 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} = 4.34 \text{ m}^3$$

Paso 4.

Como en un ciclo la variación neta o total en cualquier variable termodinámica es igual a cero, entonces

$$a) \quad \Delta U_{\text{neto}} = 0 \quad \text{y} \quad b) \quad \Delta S_{\text{neto}} = 0$$

La variación en la energía interna del sistema para el proceso (1→2) es

$$c) \quad \Delta U_{1 \rightarrow 2} = m C_v (T_2 - T_1) = (3 \text{ kg}) \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (350 - 600) \text{ K} = -2340 \text{ kJ}$$

para el proceso (2→3):

$$d) \quad \Delta U_{2 \rightarrow 3} = m C_v (T_3 - T_2) = (3 \text{ kg}) \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (434.21 - 350) \text{ K} = 788.21 \text{ kJ}$$

para el proceso (3→1):

$$e) \quad \Delta U_{3 \rightarrow 1} = mC_v (T_1 - T_3) = (3 \text{ kg}) \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (600 - 434.21) \text{ K} = 1551.79 \text{ kJ}$$

Paso 5.

Dado que el proceso (1→2) es isocórico, entonces: a) $W_{1 \rightarrow 2} = 0$

De la ecuación de 1ª Ley: $\Delta U_{1 \rightarrow 2} = Q_{1 \rightarrow 2} - W_{1 \rightarrow 2}$, se infiere que

$$b) \quad Q_{1 \rightarrow 2} = \Delta U_{1 \rightarrow 2} = -2340 \text{ kJ}$$

Determinamos la variación en entropía a través de la ecuación

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = mC_v \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + mR \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = mC_v \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)$$

$$c) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 2} = (3 \text{ kg}) \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln \left(\frac{350}{600} \right) = -5.04 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

y del inciso (4b) se sabe que $\Delta S_{\text{neto}} = \Delta S_{1 \rightarrow 2} + \Delta S_{2 \rightarrow 3} + \Delta S_{3 \rightarrow 1} = 0$, así que,

$$d) \quad \Delta S_{3 \rightarrow 1} = \Delta S_{\text{neto}} - (\Delta S_{1 \rightarrow 2} + \Delta S_{2 \rightarrow 3}) = 0 - (-5.04 + 0) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 5.04 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Aplicando la ecuación de 1ª Ley al proceso isoentrópico (2→3):

$$\Delta U_{2 \rightarrow 3} = Q_{2 \rightarrow 3} - W_{2 \rightarrow 3}, \text{ se infiere que } e) \quad W_{2 \rightarrow 3} = -\Delta U_{2 \rightarrow 3} = -788.21 \text{ kJ}$$

Para el proceso isobárico (3→1), de la definición de trabajo $W_{3 \rightarrow 1} = \int_3^1 P dV = \int_3^1 mRdT$ se tiene que: $W_{3 \rightarrow 1} = P_3 \Delta V_{3 \rightarrow 1} = mR \Delta T_{3 \rightarrow 1}$, entonces

$$f) \quad W_{3 \rightarrow 1} = mR(T_1 - T_3) = (3 \text{ kg}) \left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (600 - 434.21) \text{ K} = 1034.53 \text{ kJ}$$

De la ecuación de 1ª Ley, $\Delta U_{3 \rightarrow 1} = Q_{3 \rightarrow 1} - W_{3 \rightarrow 1}$, se tiene que:

$$g) \quad Q_{3 \rightarrow 1} = \Delta U_{3 \rightarrow 1} + W_{3 \rightarrow 1} = (1551.79 + 1034.53) \text{ kJ} = 2586.32 \text{ kJ}$$

Paso 6.

Dado que la variación total en la energía interna es igual a cero, resulta que el trabajo neto es igual al calor neto y se obtienen como:

$$W_{\text{neto}} = W_{1 \rightarrow 2} + W_{2 \rightarrow 3} + W_{3 \rightarrow 1} = Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{3 \rightarrow 1} = Q_{\text{neto}}$$

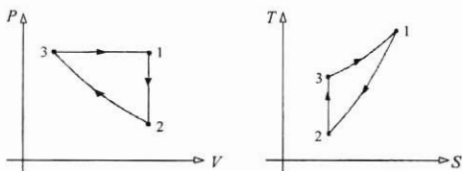
$$a) \quad W_{\text{neto}} = (0 - 788.21 + 1034.53) \text{ kJ} = 246.32 \text{ kJ} = Q_{\text{neto}}$$

Finalmente, el rendimiento r del ciclo se determina mediante la ecuación:

$$c) \quad r = \frac{W_{\text{neto}}}{Q_a} = \frac{W_{\text{neto}}}{Q_{3 \rightarrow 1}} = \frac{246.32 \text{ kJ}}{2586.32 \text{ kJ}} = 0.0952 = 9.52\%$$

y el rendimiento r_C de un ciclo operando a las temperaturas extremas como:

$$d) \quad r_C = \left(1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}}\right) = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = \left(1 - \frac{350}{600}\right) = 41.67\%$$



	P/kPa	V/m^3	T/K	$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ	$\Delta S/\text{kJK}^{-1}$
1	624	1a 6	600	4c - 2340	5b - 2340	5a 0	5c - 5.04
2	1d 364	1b 6	1c 350	4d 788.21	2b 0	5e - 788.21	2a 0
3	2c 624	3b 4.34	3a 434.21	4e 1551.79	5g 2586.32	5f 1034.53	5d 5.04
1	624	1a 6	600				
neto				4a 0	6a 246.32	6a 246.32	4b 0

Problema 4.

Un sistema que consta de 3 kg de helio se ve sujeto a los siguientes cambios:

1→2 : expansión isobárica, hasta que la temperatura se duplica;

2→3 : expansión libre adiabática, hasta que $V_3 = (1.5) V_2$;

3→4 : compresión isoentrópica, hasta obtener el volumen inicial.

Llenar la tabla.

	P/kPa	V/m^3	T/K	$\Delta S/\text{kJK}^{-1}$		
	Sistema			Alrededores	Universo	
1						
2						0
3						
4						
	1→4					

Datos: $m = 3 \text{ kg}$, $R = 2.08 \text{ kJ/kgK}$, $C_p = 5.20 \text{ kJ/kgK}$

Solución:

Paso 1.

El estado inicial del sistema está caracterizado por las variables: (P_1, V_1, T_1)

Estando el sistema en el estado inicial mencionado, pasa al estado 2 mediante una expansión isobárica, duplicándose su temperatura; lo cual significa que:

$$a) \quad P_2 = P_1, \quad b) \quad T_2 = 2T_1$$

De la ecuación de estado de gas ideal, se obtiene que

$$c) \quad V_2 = \frac{mRT_2}{P_2} = \frac{mR(2T_1)}{P_1} = 2 \left(\frac{mRT_1}{P_1} \right) = 2V_1$$

El estado 2 del sistema está caracterizado por: $(P_2, V_2, T_2) = (P_1, 2V_1, 2T_1)$

Conocidos los estados 1 y 2, la variación en la entropía del sistema para este proceso la calculamos como:

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{sist}) = mC_p \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) - mR \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right) = mC_p \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)$$

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{sist}) = mC_p \ln \left(\frac{2T_1}{T_1} \right) = mC_p \ln(2)$$

$$d) \Delta S_{1 \rightarrow 2} (sist) = (3 \text{ kg}) \left(5.20 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln(2) = 10.81 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Como $\Delta S_{1 \rightarrow 2} (univ) = \Delta S_{1 \rightarrow 2} (sist) + \Delta S_{1 \rightarrow 2} (alred) = 0$; entonces

$$e) \Delta S_{1 \rightarrow 2} (alred) = -\Delta S_{1 \rightarrow 2} (sist) = -10.81 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Paso 2.

El sistema pasa del estado 2 al 3 mediante una expansión libre adiabática, hasta adquirir el volumen $V_3 = (1.5)V_2$: esto es que

$$a) V_3 = (1.5)V_2 = (1.5)(2V_1) = 3V_1 \quad \text{y} \quad b) T_3 = T_2 = 2T_1$$

Determinamos la presión en el estado 3 a través de la ecuación de estado:

$$c) P_3 = \frac{mRT_3}{V_3} = \frac{mR(2T_1)}{3V_1} = \frac{2}{3} \left(\frac{mRT_1}{V_1} \right) = \frac{2P_1}{3}$$

Por lo tanto el estado 3 del sistema está caracterizado por: $(P_3, V_3, T_3) = \left(\frac{2P_1}{3}, 3V_1, 2T_1 \right)$

Para este proceso se tiene que: $d) \Delta S_{2 \rightarrow 3} (alred) = 0$

La variación en la entropía del sistema para este proceso la calculamos mediante:

$$\Delta S_{2 \rightarrow 3} (sist) = mC_V \ln \left(\frac{T_3}{T_2} \right) + mR \ln \left(\frac{V_3}{V_2} \right) = mR \ln \left(\frac{V_3}{V_2} \right)$$

$$\Delta S_{2 \rightarrow 3} (sist) = mR \ln \left(\frac{3V_1}{2V_1} \right) = mR \ln \left(\frac{3}{2} \right)$$

$$e) \Delta S_{2 \rightarrow 3} (sist) = (3 \text{ kg}) \left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln \left(\frac{3}{2} \right) = 2.53 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Para este proceso; $\Delta S_{2 \rightarrow 3} (univ) = \Delta S_{2 \rightarrow 3} (sist) + \Delta S_{2 \rightarrow 3} (alred)$

$$f) \Delta S_{2 \rightarrow 3} (univ) = (2.53 + 0) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 2.53 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Paso 3.

El sistema llega al estado 4 mediante una expansión isentrópica hasta obtener el volumen inicial; esto es que:

$$a) \quad V_4 = V_1, \quad b) \quad \Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{sist}) = 0$$

Un proceso isentrópico es un proceso reversible; por lo que: $c) \quad \Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{univ}) = 0$

$$\text{y como: } \Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{univ}) = \Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{sist}) + \Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{alred}) = 0;$$

$$\text{entonces: } d) \quad \Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{alred}) = 0$$

El estado 4 del sistema queda caracterizado por: $(P_4, V_4, T_4) = (P_1, V_1, T_4)$

Paso 4.

Las variaciones totales en las entropías del sistema, los alrededores y del universo se determinan sumando las cantidades de la columna correspondiente:

$$\Delta S_{1 \rightarrow 4}(\text{sist}) = \Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{sist}) + \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{sist}) + \Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{sist})$$

$$a) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 4}(\text{sist}) = (10.81 + 2.53 + 0) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 13.34 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

$$\Delta S_{1 \rightarrow 4}(\text{alred}) = \Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{alred}) + \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{alred}) + \Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{alred})$$

$$b) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 4}(\text{alred}) = (-10.81 + 0 + 0) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = -10.81 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

$$\Delta S_{1 \rightarrow 4}(\text{univ}) = \Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{univ}) + \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{univ}) + \Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{univ})$$

$$c) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 4}(\text{univ}) = (0 + 2.53 + 0) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 2.53 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

			$\Delta S/\text{kJK}^{-1}$		
	P/kPa	V/m^3	T/K	Sistema	Alrededores
1	P_1	V_1	T_1	1d 10.81	1e -10.81
2	1a P_1	1c $2V_1$	1b $2T_1$	2e 2.53	2d 0
3	2c $2/3 P_1$	2a $3V_1$	2b $2T_1$	3b 0	3d 0
4	P_4	3a V_1	T_4	4a 13.34	4b -10.81
1 → 4				4c 2.53	4e 0

Problema 5.

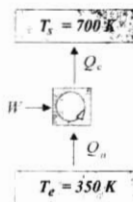
Un sistema efectúa un ciclo operando entre dos almacenes térmicos a las temperaturas de 700 K y 350 K . Suponiendo que la energía se conserva, determinar mediante cálculos de entropía, en cada uno de los casos siguientes, si el ciclo es posible (reversible o irreversible) o imposible.

- a) El sistema absorbe 350 kJ del almacén a temperatura menor y cede una determinada cantidad de calor al almacén a temperatura mayor. El trabajo neto que debe suministrarse al sistema es de 600 kJ .
- b) El sistema realiza un ciclo con un rendimiento de 50% y cede 300 kJ de calor al almacén a temperatura menor.
- c) El sistema realiza un trabajo neto de 500 kJ y cede 250 kJ de calor al almacén a temperatura menor.

Datos generales: $T_s = 700\text{ K}$, $T_e = 350\text{ K}$

Solución:

a)



Datos: $Q_a = 350\text{ kJ}$, $W = 600\text{ kJ}$

La Ley de conservación de la energía queda expresada como: $-W = Q_a - Q_c$; el trabajo es negativo porque ahora se está suministrando al sistema, entonces:

$$Q_c = Q_a + W = (350 + 600)\text{ kJ} = 950\text{ kJ}$$

La variación en la entropía del universo está dada como: $\Delta S_{\text{univ}} = \Delta S_{\text{sis}} + \Delta S_{\text{alred}}$

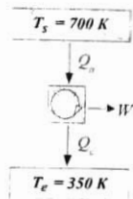
En donde $\Delta S_{\text{univ}} = 0$ porque el sistema opera cíclicamente, y

$$\Delta S_{\text{alred}} = \Delta S_{\text{alm } T_s} + \Delta S_{\text{alm } T_e} = \frac{Q_c}{T_s} - \frac{Q_a}{T_e}; \text{ de aquí que: } \Delta S_{\text{univ}} = 0 + \frac{Q_c}{T_s} - \frac{Q_a}{T_e}$$

$$\Delta S_{univ} = \left(\frac{950 \text{ kJ}}{700 \text{ K}} - \frac{350 \text{ kJ}}{350 \text{ K}} \right) = (1.36 - 1.00) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 0.36 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Como ΔS_{univ} es igual positiva, concluimos que el ciclo es: *posible irreversible*

b)



Datos: $Q_c = 300 \text{ kJ}$, $r = 50\% = 0.5$

El rendimiento del ciclo está dado como, $r = 1 - \frac{Q_c}{Q_a} = 0.5$; de donde:

$$Q_a = \frac{Q_c}{1-r} = \frac{300 \text{ kJ}}{(1-0.5)} = 600 \text{ kJ}$$

Dado que la energía se conserva, entonces $W = Q_a - Q_c = (600 - 300) \text{ kJ} = 300 \text{ kJ}$;

La variación en la entropía del universo está dada como: $\Delta S_{univ} = \Delta S_{sist} + \Delta S_{alred}$

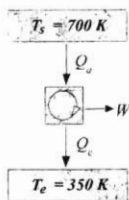
En donde $\Delta S_{sist} = 0$ porque el sistema opera ciclicamente, y

$$\Delta S_{alred} = \Delta S_{alm \ T_s} + \Delta S_{alm \ T_c} = -\frac{Q_a}{T_s} + \frac{Q_c}{T_c}; \text{ de aquí que: } \Delta S_{univ} = 0 - \frac{Q_a}{T_s} + \frac{Q_c}{T_c}$$

$$\Delta S_{univ} = \left(-\frac{600 \text{ kJ}}{700 \text{ K}} + \frac{300 \text{ kJ}}{350 \text{ K}} \right) = (-0.86 + 0.86) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 0$$

y como ΔS_{univ} es igual a cero, concluimos que el ciclo es: *posible reversible*

c)



Datos: $Q_c = 250 \text{ kJ}$, $W = 500 \text{ kJ}$

Dado que la energía se conserva, entonces $W = Q_d - Q_c$; de donde:

$$Q_d = W + Q_c = (500 + 250) \text{ kJ} = 750 \text{ kJ}$$

La variación en la entropía del universo está dada como: $\Delta S_{univ} = \Delta S_{sist} + \Delta S_{alred}$

En donde $\Delta S_{sist} = 0$ porque el sistema opera cíclicamente, y

$$\Delta S_{alred} = \Delta S_{alm T_s} + \Delta S_{alm T_e} = -\frac{Q_d}{T_s} + \frac{Q_c}{T_e}; \text{ de aquí que: } \Delta S_{univ} = 0 - \frac{Q_d}{T_s} + \frac{Q_c}{T_e}$$

$$\Delta S_{univ} = \left(-\frac{750 \text{ kJ}}{700 \text{ K}} + \frac{250 \text{ kJ}}{350 \text{ K}} \right) = (-1.07 + 0.71) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = -0.36 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

y como ΔS_{univ} es negativa, concluimos que el ciclo es: *imposible*

Problema 1.

Un sistema que consta de 2 kg de argón efectúa el siguiente ciclo: Se comprime isentrópicamente mediante un trabajo de 500 kJ; isocóricamente se eleva su temperatura en 800 K; se expande en forma isotérmica, efectuando un trabajo de 900 kJ; finalmente regresa al estado inicial isocóricamente.

Llenar la tabla.

	T/K	$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ
1				
2	1000			
3				
4				
1				
neto				

Datos: $m = 2 \text{ kg}$, $C_V = 0.312 \text{ kJ/kgK}$, $C_P = 0.520 \text{ kJ/kgK}$

Solución:

Paso 1.

En el proceso (1→2) el sistema se comprime en forma isentrópica mediante un trabajo de 500 kJ; esto significa que

$$a) \quad W_{1 \rightarrow 2} = -500 \text{ kJ}, \text{ y } b) \quad Q_{1 \rightarrow 2} = 0$$

De la ecuación de la 1ª Ley $\Delta U_{1 \rightarrow 2} = Q_{1 \rightarrow 2} - W_{1 \rightarrow 2}$ se tiene que,

$$c) \quad \Delta U_{1 \rightarrow 2} = -W_{1 \rightarrow 2} = -(-500 \text{ kJ}) = 500 \text{ kJ}$$

Dado que: $\Delta U_{1 \rightarrow 2} = mC_V (T_2 - T_1)$, entonces: $T_2 - T_1 = \frac{\Delta U_{1 \rightarrow 2}}{mC_V}$, de donde :

$$d) \quad T_1 = T_2 - \frac{\Delta U_{1 \rightarrow 2}}{mC_V} = (1000 \text{ K}) - \frac{(500 \text{ kJ})}{(2 \text{ kg}) \left(0.312 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right)} = 198.72 \text{ K}$$

Paso 2.

El sistema pasa del estado 2 al 3 en forma isocórica, elevándose su temperatura en 800 K; esto significa que:

$$a) \quad W_{2 \rightarrow 3} = 0 \quad , \quad b) \quad \Delta T_{2 \rightarrow 3} = 800 \text{ K} = T_3 - T_2$$

Determinamos la variación en la energía interna del sistema para este proceso:

$$c) \quad \Delta U_{2 \rightarrow 3} = mC_V \Delta T_{2 \rightarrow 3} = (2 \text{ kg}) \left(0.312 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (800 \text{ K}) = 499.2 \text{ kJ}$$

De la ecuación de la 1ª Ley, $\Delta U_{2 \rightarrow 3} = Q_{2 \rightarrow 3} - W_{2 \rightarrow 3}$ se tiene que:

$$d) \quad Q_{2 \rightarrow 3} = \Delta U_{2 \rightarrow 3} = 499.2 \text{ kJ}$$

Como $\Delta U_{2 \rightarrow 3} = mC_V (T_3 - T_2)$; entonces

$$e) \quad T_3 = T_2 + \frac{\Delta U_{2 \rightarrow 3}}{mC_V} = (1000 \text{ K}) + \frac{(499.2 \text{ kJ})}{(2 \text{ kg}) \left(0.312 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right)} = 1800 \text{ K}$$

Paso 3.

Isotérmicamente, el sistema pasa del estado 3 al 4, efectuando un trabajo de 900 kJ; esto es que:

$$a) \quad \Delta U_{3 \rightarrow 4} = 0 \quad , \quad b) \quad T_4 = T_3 = 1800 \text{ K} \quad \text{y} \quad c) \quad W_{3 \rightarrow 4} = 900 \text{ kJ}$$

De la ecuación de la 1ª Ley, $\Delta U_{3 \rightarrow 4} = Q_{3 \rightarrow 4} - W_{3 \rightarrow 4} = 0$, resulta que:

$$d) \quad Q_{3 \rightarrow 4} = W_{3 \rightarrow 4} = 900 \text{ kJ}$$

Paso 4.

El sistema pasa del estado 4 al estado inicial mediante un proceso isocórico; lo cual significa que:

$$a) \quad W_{4 \rightarrow 1} = 0 \quad \text{y} \quad b) \quad \Delta U_{\text{neto}} = \Delta U_{1 \rightarrow 2} + \Delta U_{2 \rightarrow 3} + \Delta U_{3 \rightarrow 4} + \Delta U_{4 \rightarrow 1} = 0$$

de donde:

$$c) \quad \Delta U_{4 \rightarrow 1} = \Delta U_{\text{neto}} - (\Delta U_{1 \rightarrow 2} + \Delta U_{2 \rightarrow 3} + \Delta U_{3 \rightarrow 4}) = 0 - (500 + 499.2 + 0) \text{ kJ} = -999.2 \text{ kJ}$$

Aplicando la ecuación de la 1ª Ley $\Delta U_{4 \rightarrow 1} = Q_{4 \rightarrow 1} - W_{4 \rightarrow 1}$, se tiene

$$d) \quad Q_{4 \rightarrow 1} = \Delta U_{4 \rightarrow 1} = -999.2 \text{ kJ}$$

Finalmente, como $\Delta U_{\text{neto}} = Q_{\text{neto}} - W_{\text{neto}} = 0$; entonces

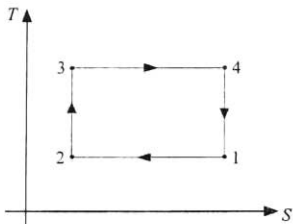
$$e) \quad W_{\text{neto}} = - (W_{1 \rightarrow 2} + W_{2 \rightarrow 3} + W_{3 \rightarrow 4} + W_{4 \rightarrow 1}) = Q_{\text{neto}} = (-500 + 0 + 900 + 0) \text{ kJ} = 400 \text{ kJ}$$

	<i>T</i> /K	ΔU /kJ	<i>Q</i> /kJ	<i>W</i> /kJ
1	<i>1d</i> 198.72	<i>1c</i> 500	<i>1b</i> 0	<i>1a</i> -500
2	1000	<i>2c</i> 499.2	<i>2d</i> 499.2	<i>2a</i> 0
3	<i>2e</i> 1800	<i>3a</i> 0	<i>3d</i> 900	<i>3c</i> 900
4	<i>3b</i> 1800	<i>4c</i> -999.2	<i>4d</i> -999.2	<i>4a</i> 0
1	<i>1d</i> 198.72	<i>4b</i> 0	<i>4e</i> 400	<i>4e</i> 400
neto				

Problema 2.

Un sistema que consta de 3 kg de argón efectúa un ciclo de Carnot, realizándose sobre el sistema un trabajo isentrópico de 234 kJ.

a) Llenar los espacios vacíos en la tabla, b) determinar el rendimiento η_C del ciclo.



	T/K	$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ	$\Delta S/\text{kJK}^{-1}$
1					
2					-3
3	600				
4					
1					
neto					

Datos: $m = 2 \text{ kg}$, $C_V = 0.312 \text{ kJ/kgK}$, $C_P = 0.520 \text{ kJ/kgK}$

Solución:

Paso 1.

Como ilustra el diagrama ST , el sistema opera a la temperatura máxima:

a) $T_4 = T_3 = T_{\max} = 600 \text{ K}$; por lo que: b) $\Delta U_{3 \rightarrow 4} = 0$

Como en un ciclo la variación total en cualquier variable termodinámica es igual a cero, entonces

c) $\Delta U_{\text{neto}} = 0$ y d) $\Delta S_{\text{neto}} = 0$

Los procesos $(2 \rightarrow 3)$ y $(4 \rightarrow 1)$ son isentrópicos, lo que significa

e) $Q_{2 \rightarrow 3} = 0 = Q_{4 \rightarrow 1}$, g) $\Delta S_{2 \rightarrow 3} = 0 = \Delta S_{4 \rightarrow 1}$

Dado que $\Delta S_{\text{neto}} = \Delta S_{1 \rightarrow 2} + \Delta S_{2 \rightarrow 3} + \Delta S_{3 \rightarrow 4} + \Delta S_{4 \rightarrow 1} = 0$, entonces

h) $\Delta S_{3 \rightarrow 4} = \Delta S_{\text{neto}} - (\Delta S_{1 \rightarrow 2} + \Delta S_{2 \rightarrow 3} + \Delta S_{4 \rightarrow 1}) = 0 - (-3 + 0 + 0) = 3 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$

Paso 2.

Para el proceso isotérmico $(3 \rightarrow 4)$, de la definición de calor, $Q_{3 \rightarrow 4} = \int_3^4 T dS = T_3 \Delta S_{3 \rightarrow 4}$ se tiene que:

a) $Q_{3 \rightarrow 4} = T_3 \Delta S_{3 \rightarrow 4} = (600 \text{ K}) \left(3 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \right) = 1800 \text{ kJ}$

De la ecuación de la 1ª Ley $\Delta U_{3 \rightarrow 4} = Q_{3 \rightarrow 4} - W_{3 \rightarrow 4} = 0$; resulta

$$b) \quad W_{3 \rightarrow 4} = Q_{3 \rightarrow 4} = 1800 \text{ kJ}$$

En el proceso isentrópico (2→3) se observa que la temperatura aumenta (de $T_2 = T_{\min}$ a la temperatura $T_3 = T_{\max}$) por lo que $\Delta U_{2 \rightarrow 3}$ es una cantidad positiva.

De la ecuación de la 1ª Ley: $\Delta U_{2 \rightarrow 3} = Q_{2 \rightarrow 3} - W_{2 \rightarrow 3}$, entonces: $W_{2 \rightarrow 3} = -\Delta U_{2 \rightarrow 3}$ y dado que $\Delta U_{2 \rightarrow 3}$ es positiva, entonces $W_{2 \rightarrow 3}$ es una cantidad negativa, de aquí que el dato de que sobre el sistema se realiza un trabajo isentrópico de 234 kJ corresponde al proceso (2→3):

$$c) \quad W_{2 \rightarrow 3} = -234 \text{ kJ}, \quad \text{y} \quad d) \quad \Delta U_{2 \rightarrow 3} = -(-234 \text{ kJ}) = 234 \text{ kJ}$$

Paso 3.

De la ecuación: $\Delta U_{2 \rightarrow 3} = mC_v (T_3 - T_2)$, se obtiene

$$a) \quad T_2 = T_3 - \frac{\Delta U_{2 \rightarrow 3}}{mC_v} = (600 \text{ K}) - \frac{(234 \text{ kJ})}{(3 \text{ kg}) \left(0.312 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right)} = 350 \text{ K}$$

y como el proceso (1→2) es isotérmico, entonces:

$$b) \quad T_1 = T_2 = 350 \text{ K} \quad \text{y} \quad c) \quad \Delta U_{1 \rightarrow 2} = Q_{1 \rightarrow 2} - W_{1 \rightarrow 2} = 0$$

De la definición de calor: $Q_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 T dS = T_1 \Delta S_{1 \rightarrow 2}$, se tiene que

$$d) \quad Q_{1 \rightarrow 2} = T_1 \Delta S_{1 \rightarrow 2} = (350 \text{ K}) \left(-3 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \right) = -1050 \text{ kJ}$$

Del inciso (3c) se tiene que: $e) \quad W_{1 \rightarrow 2} = Q_{1 \rightarrow 2} = -1050 \text{ kJ}$

Paso 4.

Como $\Delta U_{\text{neto}} = \Delta U_{1 \rightarrow 2} + \Delta U_{2 \rightarrow 3} + \Delta U_{3 \rightarrow 4} + \Delta U_{4 \rightarrow 1} = 0$, entonces

$$a) \quad \Delta U_{4 \rightarrow 1} = \Delta U_{\text{neto}} - (\Delta U_{1 \rightarrow 2} + \Delta U_{2 \rightarrow 3} + \Delta U_{3 \rightarrow 4}) = 0 - (0 + 234 + 0) \text{ kJ} = -234 \text{ kJ}$$

Aplicando la ecuación de 1ª Ley para el proceso isentrópico (4→1):

$$b) \quad W_{4 \rightarrow 1} = -\Delta U_{4 \rightarrow 1} = -(-234 \text{ kJ}) = 234 \text{ kJ}$$

Finalmente, dado que $\Delta U_{\text{neto}} = Q_{\text{neto}} - W_{\text{neto}} = 0$; entonces,

$$Q_{\text{neto}} = Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{3 \rightarrow 4} + Q_{4 \rightarrow 1} = W_{\text{neto}}; \text{ esto es que}$$

$$c) \quad Q_{\text{neto}} = (-1050 + 0 + 1800 + 0) \text{ kJ} = 750 \text{ kJ} = W_{\text{neto}}$$

El rendimiento, r_C del ciclo es igual a

$$d) \quad r_C = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = 1 - \frac{T_1}{T_4} = 1 - \frac{350}{600} = 0.4166 = 41.66\%$$

		T/K	$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ	$\Delta S/\text{kJK}^{-1}$
1	3b	350	3c 0	3d 1050	3e 1050	-3
2	3a	350	2d 234	1e 0	2c -234	1g 0
3		600	1b 0	2a 1800	2b 1800	1h 3
4	1a	600	4a -234	1e 0	4b 234	1g 0
1	3b	350				
neto			1c 0	4c 750	4e 750	1d 0

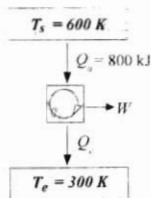
Problema 3.

Una máquina térmica que opera sobre el ciclo de Carnot, absorbe 800 kJ de calor de un almacén a 327°C, realiza un trabajo neto W y cede una determinada cantidad de calor a un almacén a 27°C.

a) Calcular el rendimiento del ciclo, b) el trabajo neto, c) el calor cedido al almacén a baja temperatura, d) determinar, mediante cálculos de entropía si el ciclo es posible reversible, posible irreversible o imposible.

Datos: $T_s = 327^\circ\text{C} = 600\text{ K}$, $T_e = 27^\circ\text{C} = 300\text{ K}$, $Q_a = 800\text{ kJ}$

Solución:



Como la máquina opera sobre el ciclo de Carnot, el rendimiento está dado por:

a) $r = r_c = 1 - \frac{T_e}{T_s} = 1 - \frac{300}{600} = 0.5 = 50\%$. También se cumple que $r = \frac{W_{\text{neto}}}{Q_a}$, de donde:

$W_{\text{neto}} = rQ_a$; esto es b) $W_{\text{neto}} = W = (0.5)(800\text{ kJ}) = 400\text{ kJ}$

Dado que la energía se conserva, entonces $W = Q_a - Q_e$, entonces el calor cedido al almacén a menor temperatura es: $Q_e = Q_a - W = (800 - 400)\text{ kJ} = 400\text{ kJ}$

La variación en la entropía del universo está dada como: $\Delta S_{\text{univ}} = \Delta S_{\text{sys}} + \Delta S_{\text{alred}}$

En donde $\Delta S_{\text{sys}} = 0$ porque el sistema opera ciclicamente, y

$$\Delta S_{\text{alred}} = \Delta S_{\text{alm } T_s} + \Delta S_{\text{alm } T_e} = -\frac{Q_a}{T_s} + \frac{Q_e}{T_e}; \text{ de aquí que: } \Delta S_{\text{univ}} = 0 - \frac{Q_a}{T_s} + \frac{Q_e}{T_e}$$

$$\Delta S_{\text{univ}} = \left(-\frac{800\text{ kJ}}{600\text{ K}} + \frac{400\text{ kJ}}{300\text{ K}} \right) = (-1.33 + 1.33) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 0$$

Como ΔS_{univ} es igual a cero, concluimos que el ciclo es: *posible reversible*

Problema 4.

Un sistema que consta de 3 kg de argón, inicialmente a 300 kPa y 700 K, experimenta los cambios siguientes: en forma isotérmica su presión se reduce en 200 kPa, regresa al estado inicial después de un cambio isobárico seguido de uno isentrópico.

a) Llenar la tabla, b) esbozar el diagrama del ciclo en los planos VP y ST , c) calcular el rendimiento r del ciclo.

	P/kPa	V/m^3	T/K	$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ	$\Delta S/\text{kJ/K}$
1							
2							
3							
1							
neto							

Datos: $m = 3 \text{ kg}$, $C_v = 0.312 \text{ kJ/kgK}$, $C_p = 0.520 \text{ kJ/kgK}$

Solución:

Paso 1.

Se tienen como datos los calores específicos C_v y C_p ; y como $C_p = C_v + R$, entonces:

$$R = C_p - C_v = 0.208 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

De la ecuación de estado de gas ideal, $PV = mRT$ se determina

$$a) \quad V_1 = \frac{mRT_1}{P_1} = \frac{(3 \text{ kg}) \left(0.208 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (700 \text{ K})}{\left(300 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} \right)} = 1.46 \frac{\text{kJ}}{\frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}} = 1.46 \text{ m}^3$$

Como el proceso (1→2) es isotérmico, entonces $b) \quad T_2 = T_1 = 700 \text{ K}$

En este proceso la presión disminuye en 200 kPa, esto es: $\Delta P_{1 \rightarrow 2} = P_2 - P_1 = -200 \text{ kPa}$,

de donde: $c) \quad P_2 = P_1 + \Delta P_{1 \rightarrow 2} = (300 - 200) \text{ kPa} = 100 \text{ kPa}$

De la ecuación de procesos politrópicos $P_1 V_1^\kappa = P_2 V_2^\kappa$, con $\kappa = 1$, esto es $P_2 V_2 = P_1 V_1$ determinamos

$$d) \quad V_2 = \frac{P_1 V_1}{P_2} = \frac{(300 \text{ kPa})(1.46 \text{ m}^3)}{(100 \text{ kPa})} = 4.38 \text{ m}^3$$

El proceso (2→3) es isobárico, entonces $e) \quad P_3 = P_2 = 100 \text{ kPa}$

Ahora bien, el proceso (3→1) ocurre a entropía constante, lo que implica que

$$f) \Delta S_{3 \rightarrow 1} = 0, \quad y \quad g) Q_{3 \rightarrow 1} = 0$$

$$\text{De la ecuación } \Delta S_{3 \rightarrow 1} = m C_p \ln \left(\frac{T_1}{T_3} \right) - m R \ln \left(\frac{P_1}{P_3} \right) = 0,$$

$$\text{se tiene que } \ln \left(\frac{T_1}{T_3} \right) = (R / C_p) \ln \left(\frac{P_1}{P_3} \right) = \ln \left(\frac{P_1}{P_3} \right)^{(R / C_p)}$$

$$\text{esto es que } \left(\frac{T_1}{T_3} \right) = \left(\frac{P_1}{P_3} \right)^{(R / C_p)}, \text{ de donde:}$$

$$h) T_3 = \frac{T_1}{\left(\frac{P_1}{P_3} \right)^{R / C_p}} = \frac{700 \text{ K}}{\left(\frac{300}{100} \right)^{(0.208 / 0.520)}} = 451.07 \text{ K}$$

Finalmente, de la ecuación de estado $PV = mRT$,

$$i) V_3 = \frac{mRT_3}{P_3} = \frac{(3 \text{ kg}) \left(0.208 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (451.07 \text{ K})}{\left(100 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} \right)} = 2.81 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} = 2.81 \text{ m}^3$$

Paso 2.

Como en un ciclo la variación neta o total en cualquier variable termodinámica es igual a cero, entonces:

$$a) \Delta U_{\text{neto}} = 0 \quad y \quad b) \Delta S_{\text{neto}} = 0$$

La variación en la energía interna del sistema para el proceso:
(1→2) es

$$c) \Delta U_{1 \rightarrow 2} = 0 \text{ porque el proceso ocurre a temperatura constante}$$

para el proceso (2→3):

$$d) \quad \Delta U_{2 \rightarrow 3} = mC_v (T_3 - T_2) = (3 \text{ kg}) \left(0.312 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (451.07 - 700) \text{ K} = -233 \text{ kJ}$$

Del inciso (2a) se sabe que $\Delta U_{\text{neto}} = \Delta U_{1 \rightarrow 2} + \Delta U_{2 \rightarrow 3} + \Delta U_{3 \rightarrow 1} = 0$, así que

$$e) \quad \Delta U_{3 \rightarrow 1} = \Delta U_{\text{neto}} - (\Delta U_{1 \rightarrow 2} + \Delta U_{2 \rightarrow 3}) = 0 - (0 - 233) \text{ kJ} = 233 \text{ kJ}$$

Paso 3.

Determinamos la variación en entropía para el proceso (1→2) a través de la ecuación

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = mC_v \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + mR \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = mR \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

$$a) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 2} = (3 \text{ kg}) \left(0.208 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln \left(\frac{4.38}{1.46} \right) = 0.69 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

y del inciso (2b) se sabe que $\Delta S_{\text{neto}} = \Delta S_{1 \rightarrow 2} + \Delta S_{2 \rightarrow 3} + \Delta S_{3 \rightarrow 1} = 0$, así que

$$b) \quad \Delta S_{2 \rightarrow 3} = \Delta S_{\text{neto}} - (\Delta S_{1 \rightarrow 2} + \Delta S_{3 \rightarrow 1}) = 0 - (0.69 + 0) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = -0.69 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Paso 4.

Para el proceso isotérmico (1→2), el calor y el trabajo son iguales y de la definición de calor,

$$a) \quad Q_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 T dS = T_1 \Delta S_{1 \rightarrow 2} = (700 \text{ K}) \left(0.69 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \right) = 483 \text{ kJ} = W_{1 \rightarrow 2}$$

Para el proceso isobárico (2→3), de la definición de trabajo $W_{2 \rightarrow 3} = \int_2^3 PdV = \int_2^3 mRdT$ se tiene que: $W_{2 \rightarrow 3} = P \Delta V_{2 \rightarrow 3} = mR \Delta T_{2 \rightarrow 3}$

$$b) \quad W_{2 \rightarrow 3} = mR(T_3 - T_2) = (3 \text{ kg}) \left(0.208 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (451.07 - 700) \text{ K} = -155.33 \text{ kJ}$$

De la ecuación de 1ª Ley $\Delta U'_{2 \rightarrow 3} = Q_{2 \rightarrow 3} - W_{2 \rightarrow 3}$, se infiere que

$$c) Q_{2 \rightarrow 3} = \Delta U_{2 \rightarrow 3} + W_{2 \rightarrow 3} = (-233 - 155.33) \text{ kJ} = -388.33 \text{ kJ}$$

Paso 5.

Aplicando la ecuación de 1ª Ley al proceso (3→1), $\Delta U_{3 \rightarrow 1} = Q_{3 \rightarrow 1} - W_{3 \rightarrow 1}$, resulta que:

$$a) W_{3 \rightarrow 1} = -\Delta U_{3 \rightarrow 1} = -(233 \text{ kJ}) = -233 \text{ kJ}$$

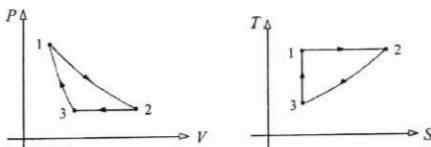
Finalmente, calculamos el calor neto, que es igual al trabajo neto mediante la suma de los trabajos (calores) en cada proceso:

$$Q_{\text{neto}} = Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{3 \rightarrow 1} = W_{\text{neto}} = W_{1 \rightarrow 2} + W_{2 \rightarrow 3} + W_{3 \rightarrow 1}$$

$$b) Q_{\text{neto}} = (483 - 388.33 + 0) = 94.67 \text{ kJ} = W_{\text{neto}}$$

El rendimiento r del ciclo se obtiene como:

$$c) r = \frac{W_{\text{neto}}}{Q_d} = 1 - \frac{Q_c}{Q_d} = 1 - \frac{Q_{2 \rightarrow 3}}{Q_{1 \rightarrow 2}} = 1 - \frac{388.33}{483} = 0.196 = 19.6\%$$



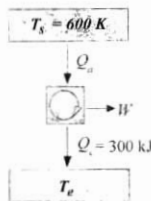
	P/kPa	V/m^3	T/K	$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ	$\Delta S/\text{kJK}^{-1}$
1	300	1a 1.46	700	2c 0	4a 483	4a 483	3a 0.69
2	100	1d 4.38	700	2d -233	4c 388.33	4b 155.33	3b -0.69
3	100	1i 2.81	451.07	2e 233	1g 0	5a -233	1f 0
1	300	1a 1.46	700				
neto				2a 0	5b 94.67	5b 94.67	2b 0

Problema 5.

Una máquina térmica que opera sobre el ciclo de Carnot con un rendimiento de 45%, recibe calor de un almacén a 600 K y cede una energía, en forma de calor, de 300 kJ al almacén a menor temperatura. Calcular: a) el calor absorbido del almacén a mayor temperatura, b) el trabajo neto, c) determinar, mediante cálculos de entropía, si el ciclo es posible reversible, posible irreversible o imposible.

Datos: $T_h = 600 \text{ K}$, $Q_c = 300 \text{ kJ}$, $r_C = 45\% = 0.45$

Solución:



El rendimiento del ciclo está dado como: $r = \frac{W}{Q_h} = 1 - \frac{Q_c}{Q_h} = 0.45$; de donde:

$$a) \quad Q_h = \frac{Q_c}{1-r} = \frac{300 \text{ kJ}}{(1-0.45)} = 545.45 \text{ kJ}$$

Dado que la energía se conserva: $b) \quad W = Q_h - Q_c = (545.45 - 300) \text{ kJ} = 245.45 \text{ kJ}$

Como la máquina opera como una de Carnot, se cumple

$$r_c = 1 - \frac{T_c}{T_h} = r = 0.45; \text{ por lo que } T_c = T_h (1 - r_c) = (600 \text{ K})(1 - 0.45) = 330 \text{ K}$$

La variación en la entropía del universo está dada como: $\Delta S_{univ} = \Delta S_{sist} + \Delta S_{alred}$

En donde $\Delta S_{sist} = 0$ porque el sistema opera cíclicamente, y

$$\Delta S_{alred} = \Delta S_{alm\ h} + \Delta S_{alm\ f_c} = -\frac{Q_h}{T_h} + \frac{Q_c}{T_c}; \text{ de aquí que: } \Delta S_{univ} = 0 - \frac{Q_h}{T_h} + \frac{Q_c}{T_c}$$

$$\Delta S_{univ} = \left(-\frac{545.45 \text{ kJ}}{600 \text{ K}} + \frac{300 \text{ kJ}}{330 \text{ K}} \right) = (-0.91 + 0.91) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 0$$

c) como ΔS_{univ} es igual a cero, concluimos que el ciclo es: *posible reversible*

Problema 1.

Completar las aseveraciones mostradas a la derecha con la palabra correspondiente de la columna a la izquierda.

<i>Positivo</i>	a) En una compresión isentrópica la temperatura del sistema_____.
<i>Volumen</i>	
<i>Trabajo</i>	b) El trabajo en un proceso isocórico es igual a_____.
<i>Cero</i>	
<i>Disminuye</i>	c) El cambio en la energía interna es igual al calor absorbido o cedido por el sistema durante un proceso_____.
<i>Reversible</i>	
<i>Negativo</i>	
<i>Más</i>	d) En un proceso posible reversible la entropía del universo es_____.
<i>Menos</i>	
<i>Entropía</i>	e) El cambio neto de una variable de estado en un proceso cíclico irreversible es_____.
<i>Calor</i>	
<i>Aumenta</i>	
<i>Isocórico</i>	f) Una máquina térmica de Carnot cede_____calor al almacén frío que otra máquina irreversible operando entre las mismas temperaturas extremas, si ambas absorben la misma cantidad de calor del almacén caliente.
<i>Isobárico</i>	
<i>Isotérmico</i>	
<i>Temperatura</i>	
<i>Energía Interna</i>	g) El área bajo la curva en un diagrama <i>ST</i> representa al_____, mientras que en un diagrama <i>VP</i> el área bajo la curva representa al_____.
<i>Temperatura</i>	
<i>Constante</i>	
<i>Irreversible</i>	
<i>Isentrópico</i>	
<i>Mayor</i>	h) Para que en un proceso donde la entropía del sistema disminuye sea posible irreversible, el cambio en la entropía de los alrededores debe ser_____ y_____ que el del sistema.
<i>Presión</i>	

Solución:

- a) En una compresión isentrópica la temperatura del sistema aumenta.
 b) El trabajo en un proceso isocórico es igual a cero.
 c) El cambio en energía interna es igual al calor absorbido o cedido por el sistema durante un proceso isocórico.
 d) En un proceso posible reversible, la entropía del universo es constante.
 e) El cambio neto de una variable de estado en un proceso cíclico irreversible es cero.
 f) Una máquina térmica de Carnot cede menos calor al almacén frío que otra máquina irreversible operando entre las mismas temperaturas extremas, si ambas absorben la misma cantidad de calor del almacén caliente.
 g) El área bajo la curva en un diagrama *ST* representa al calor, mientras que en un diagrama *VP* el área bajo la curva representa al trabajo.
 h) Para que en un proceso donde la entropía del sistema disminuya sea posible irreversible, el cambio en la entropía de los alrededores debe ser positivo y mayor que el del sistema.

Problema 2.

Una masa de 5 kg de un gas que inicialmente ocupa un volumen de 3 m^3 a la presión de 150 kPa, experimenta los siguientes cambios: una expansión isotérmica hasta duplicar su volumen; luego, aumenta su presión en forma isocórica, hasta que la temperatura se triplica; finalmente, mediante una expansión isoentrópica alcanza la presión inicial.

a) Llenar la tabla. b) esbozar los procesos descritos en los planos VP y ST .

	P/kPa	V/m^3	T/K	$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ	$\Delta S/\text{kJK}^{-1}$
1							
2							
3							
4							
1 → 4							

Datos: $m = 5 \text{ kg}$, $R = 0.3 \text{ kJ/kgK}$, $C_V = 0.6 \text{ kJ/kgK}$

Solución:

Paso 1.

De la ecuación de estado de gas ideal, $PV = mRT$ determinamos:

$$a) \quad T_1 = \frac{PV_1}{mR} = \frac{\left(150 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}\right)(3 \text{ m}^3)}{(5 \text{ kg})\left(0.3 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}\right)} = 300 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 300 \text{ K}$$

El proceso (1→2) es una expansión isotérmica en la que el volumen del sistema se duplica; entonces:

$$b) \quad T_2 = T_1 = 300 \text{ K}, \quad c) \quad V_2 = 2V_1 = 6 \text{ m}^3$$

De la ecuación de procesos politrópicos $P_f V_f^\kappa = P_i V_i^\kappa$, con $\kappa = 1$, esto es $P_2 V_2 = P_1 V_1$ obtenemos:

$$d) \quad P_2 = \frac{P_1 V_1}{V_2} = \frac{(150 \text{ kPa})(3 \text{ m}^3)}{(6 \text{ m}^3)} = 75 \text{ kPa}$$

Como la temperatura es constante en este proceso; entonces $e) \quad \Delta U_{1 \rightarrow 2} = 0$

Calculamos el cambio en la entropía del sistema a partir de la ecuación

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = mC_V \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + mR \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = mR \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$f) \Delta S_{1 \rightarrow 2} = (5 \text{ kg}) \left(0.3 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln\left(\frac{6}{3}\right) = 1.04 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Para este proceso el calor y el trabajo intercambiados por el sistema con los alrededores son iguales; y aplicando la definición de calor: $Q_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 T dS = T_1 \Delta S_{1 \rightarrow 2}$, se tiene que,

$$g) Q_{1 \rightarrow 2} = T_1 \Delta S_{1 \rightarrow 2} = (300 \text{ K}) \left(1.04 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \right) = 312 \text{ kJ} = W_{1 \rightarrow 2}$$

Paso 2.

El proceso (2→3) consiste en un proceso isocórico en donde la temperatura se triplica; esto es que

$$a) V_3 = V_2 = 6 \text{ m}^3, \quad \text{y} \quad b) T_3 = 3T_2 = 900 \text{ K}$$

De la ecuación de estado se calcula la presión en el estado 3:

$$c) P_3 = \frac{mRT_3}{V_3} = \frac{(5 \text{ kg}) \left(0.3 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (900 \text{ K})}{(6 \text{ m}^3)} = 225 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} = 225 \text{ kPa}$$

Como el volumen es constante, $d) W_{2 \rightarrow 3} = 0$

Determinamos la variación en la energía interna del sistema en este proceso

$$e) \Delta U_{2 \rightarrow 3} = mC_V (T_3 - T_2) = (5 \text{ kg}) \left(0.6 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (900 - 300) \text{ K} = 1800 \text{ kJ}$$

Aplicando la ecuación de 1ª Ley, $\Delta U_{2 \rightarrow 3} = Q_{2 \rightarrow 3} - W_{2 \rightarrow 3}$,

$$f) Q_{2 \rightarrow 3} = \Delta U_{2 \rightarrow 3} = 1800 \text{ kJ}$$

El cambio en entropía está dado como:

$$\Delta S_{2 \rightarrow 3} = mC_V \ln\left(\frac{T_3}{T_2}\right) + mR \ln\left(\frac{V_3}{V_2}\right) = mC_V \ln\left(\frac{T_3}{T_2}\right), \text{ es decir}$$

$$g) \quad \Delta S_{2 \rightarrow 3} = (5 \text{ kg}) \left(0.6 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln \left(\frac{900}{300} \right) = 3.29 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Paso 3.

El proceso (3→4) ocurre a entropía constante hasta que el sistema adquiere la presión inicial, lo que implica que:

$$a) \quad P_4 = P_1 = 150 \text{ kPa} \quad , \quad b) \quad \Delta S_{3 \rightarrow 4} = 0 \quad , \quad c) \quad Q_{3 \rightarrow 4} = 0$$

El calor específico a presión constante lo calculamos como: $C_p = C_v + R = 0.9 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$

De la ecuación $\Delta S_{3 \rightarrow 4} = m C_p \ln \left(\frac{T_4}{T_3} \right) - m R \ln \left(\frac{P_4}{P_3} \right) = 0$, resulta que

$$\ln \left(\frac{T_4}{T_3} \right) = (R / C_p) \ln \left(\frac{P_4}{P_3} \right) = \ln \left(\frac{P_4}{P_3} \right)^{(R/C_p)} ; \text{ esto es que: } \left(\frac{T_4}{T_3} \right) = \left(\frac{P_4}{P_3} \right)^{(R/C_p)}$$

de donde:

$$d) \quad T_4 = T_3 \left(\frac{P_4}{P_3} \right)^{(R/C_p)} = (900 \text{ K}) \left(\frac{150}{225} \right)^{(0.3/0.9)} = 786.22 \text{ K}$$

El volumen en el estado final 4 se obtiene vía la ecuación de estado

$$e) \quad V_4 = \frac{m R T_4}{P_4} = \frac{(5 \text{ kg}) \left(0.3 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (786.22 \text{ K})}{\left(150 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} \right)} = 7.86 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} = 7.86 \text{ m}^3$$

El cambio en la energía interna para el proceso (3→4) se determina como,

$$f) \quad \Delta U_{3 \rightarrow 4} = m C_v (T_4 - T_3) = (5 \text{ kg}) \left(0.6 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (786.22 - 900) \text{ K} = - 341.34 \text{ kJ}$$

y de la ecuación de 1ª Ley, $\Delta U_{3 \rightarrow 4} = Q_{3 \rightarrow 4} - W_{3 \rightarrow 4}$

$$g) \quad W_{3 \rightarrow 4} = -\Delta U_{3 \rightarrow 4} = -(-341.34 \text{ kJ}) = 341.34 \text{ kJ}$$

Paso 4.

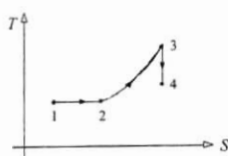
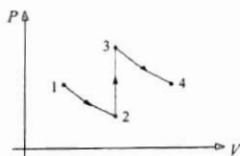
Finalmente:

$$a) \quad \Delta U_{1 \rightarrow 4} = \Delta U_{1 \rightarrow 2} + \Delta U_{2 \rightarrow 3} + \Delta U_{3 \rightarrow 4} = (0 + 1800 - 341.34) \text{ kJ} = 1458.66 \text{ kJ}$$

$$b) \quad Q_{1 \rightarrow 4} = Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{3 \rightarrow 4} = (312 + 1800 + 0) \text{ kJ} = 2112 \text{ kJ}$$

$$c) \quad W_{1 \rightarrow 4} = W_{1 \rightarrow 2} + W_{2 \rightarrow 3} + W_{3 \rightarrow 4} = (312 + 0 + 341.34) \text{ kJ} = 653.34 \text{ kJ}$$

$$d) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 4} = \Delta S_{1 \rightarrow 2} + \Delta S_{2 \rightarrow 3} + \Delta S_{3 \rightarrow 4} = (1.04 + 3.29 + 0) \text{ kJ} = 4.33 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$



	P/kPa	V/m^3	T/K	$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ	$\Delta S/\text{kJK}^{-1}$
1	150	3	1a 300	1e 0	1g 312	1g 312	1f 1.04
2	75	6	1b 300	2e 1800	2f 1800	2d 0	2g 3.29
3	225	6	2b 900	3f -341.34	3c 0	3g 341.34	3b 0
4	150	7.86	3d 786.22	4a 1458.66	4b 2112	4c 653.34	4d 4.33
1 → 4							

Problema 3.

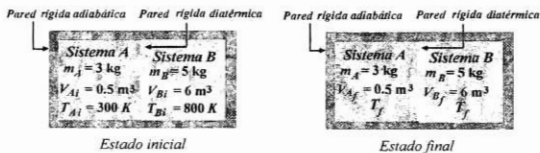
(i) Los sistemas A y B constituidos por el mismo gas e ilustrados en la figura, se ponen en contacto térmico (a volumen constante) hasta que alcanzan el equilibrio. Determinar:

a) La temperatura final de equilibrio común a ambos sistemas, b) la presión final de cada gas, c) la variación en la entropía del universo.

(ii) Considere ahora que se permite la expansión libre adiabática del gas que alcanzó la mayor presión en (i) hasta que su presión se iguala a la presión final que adquirió el otro gas. d) ¿Indicar cuál es el gas que se expande?

Determinar: e) el volumen final del gas que se expandió libremente, f) la variación en la entropía del universo.

Finalmente, considerando a los dos procesos (i) y (ii) en conjunto, indique si este proceso en conjunto es reversible o irreversible.



Datos: $R = 0.3 \text{ kJ/kgK}$, $C_V = 0.6 \text{ kJ/kgK}$

Solución (i):

Paso 1.

De acuerdo con la ley Cero de la Termodinámica, cuando los sistemas A y B lleguen al estado final de equilibrio, su temperatura debe ser la misma. Para determinar esta temperatura final, $T_{Af} = T_{Bf} = T_f$, de equilibrio procedemos de la siguiente manera:

Dado que los sistemas A y B están confinados en un recipiente de paredes rígidas adiabáticas, entonces no tienen interacción mecánica ni térmica con los alrededores, por lo que: $\Delta U = (\Delta U_A + \Delta U_B) = Q - W = 0$; de donde $\Delta U_A = -\Delta U_B$, es decir que

$$m_A C_{VA} (T_f - T_{Ai}) = -m_B C_{VB} (T_f - T_{Bi}); \text{ pero como se trata del mismo gas, } C_{VA} = C_{VB} = C_V,$$

entonces: $m_A (T_f - T_{Ai}) = -m_B (T_f - T_{Bi})$; ecuación de la cual despejamos a T_f .

$(m_A + m_B) T_f = (m_A T_{Ai} + m_B T_{Bi})$; de donde la temperatura final de equilibrio para ambos sistemas es:

$$a) \quad T_f = \frac{m_A T_{Ai} + m_B T_{Bi}}{m_A + m_B} = \frac{[(3)(300) + (5)(800)] \text{ kgK}}{(3+5) \text{ kg}} = 612.5 \text{ K}$$

Paso 2.

Los sistemas A y B están separados por una pared rígida diatérmica por lo que sólo interactúan térmicamente, manteniéndose constante su respectivo volumen; de aquí que

aplicando la ecuación de estado de gas ideal a cada uno de ellos se calcula tanto su presión inicial como la final, esto es:

$$P_{Ai} = \frac{m_A R_A T_{Ai}}{V_{Ai}} = \frac{(3 \text{ kg}) \left(0.3 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (300 \text{ K})}{(0.5 \text{ m}^3)} = 540 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} = 540 \text{ kPa},$$

$$P_{Bi} = \frac{m_B R_B T_{Bi}}{V_{Bi}} = \frac{(5 \text{ kg}) \left(0.3 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (800 \text{ K})}{(6 \text{ m}^3)} = 200 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} = 200 \text{ kPa},$$

b) la presión final alcanzada por cada gas es:

$$P_{Af} = \frac{m_A R_A T_f}{V_{Af}} = \frac{(3 \text{ kg}) \left(0.3 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (612.5 \text{ K})}{(0.5 \text{ m}^3)} = 1102.5 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} = 1102.5 \text{ kPa}$$

y

$$P_{Bf} = \frac{m_B R_B T_f}{V_{Bf}} = \frac{(5 \text{ kg}) \left(0.3 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (612.5 \text{ K})}{(6 \text{ m}^3)} = 153.12 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} = 153.12 \text{ kPa}$$

en donde $R_A = R_B = R$

Paso 3.

La variación total en la entropía del universo para el sistema completo formado por A y B se determina en la forma siguiente:

$\Delta S(\text{univ})_{(i)} = (\Delta S_A + \Delta S_B) + \Delta S(\text{alred})$; pero $\Delta S(\text{alred}) = 0$ porque A y B no tienen ningún tipo de interacción con el exterior, luego entonces: $\Delta S(\text{univ})_{(i)} = (\Delta S_A + \Delta S_B)$; en donde:

$$\Delta S_A = m_A C_{vA} \ln \left(\frac{T_f}{T_{Ai}} \right) + m_A R_A \ln \left(\frac{V_{Af}}{V_{Ai}} \right) = m_A C_{vA} \ln \left(\frac{T_f}{T_{Ai}} \right) \text{ y}$$

$$\Delta S_B = m_B C_{VB} \ln \left(\frac{T_f}{T_{Bi}} \right) + m_B R_B \ln \left(\frac{V_{Bf}}{V_{Bi}} \right) = m_B C_{VB} \ln \left(\frac{T_f}{T_{Bi}} \right), \text{ por lo tanto}$$

$$\Delta S(\text{univ})_{(i)} = m_A C_{VA} \ln \left(\frac{T_f}{T_{Ai}} \right) + m_B C_{VB} \ln \left(\frac{T_f}{T_{Bi}} \right) = C_V \left[m_A \ln \left(\frac{T_f}{T_{Ai}} \right) + m_B \ln \left(\frac{T_f}{T_{Bi}} \right) \right]$$

en donde $C_{VA} = C_{VB} = C_V$

$$c) \quad \Delta S(\text{univ})_{(i)} = \left(0.6 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \left[(3 \text{ kg}) \ln \left(\frac{612.5}{300} \right) + (5 \text{ kg}) \ln \left[\frac{612.5}{800} \right] \right] = 0.48 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Dado que $\Delta S(\text{univ})_{(i)}$ es positiva, se concluye que este primer proceso es irreversible.

Además, del resultado del inciso (1b) se observa que:

d) En este primer proceso el gas A es el sistema que alcanzó la mayor presión.

Solución (ii)

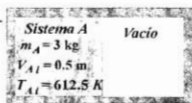
El segundo proceso consiste en la expansión libre del gas A (que es el que adquirió la mayor presión en el primer proceso) hasta que su presión final es igual a la presión final que adquirió el gas B en el primer proceso.

Esto es que el gas A, ahora caracterizado por el estado inicial (P_{Ai}, V_{Ai}, T_{Ai}) se expande libremente (su temperatura se mantiene constante) hasta llegar a un estado final caracterizado por (P_{Af}, V_{Af}, T_{Af}) , como se ilustra en la Figura y en donde:

$$(P_{Ai}, V_{Ai}, T_{Ai}) = (1102.5 \text{ kPa}, 0.5 \text{ m}^3, 612.5 \text{ K})$$

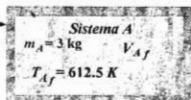
$$(P_{Af}, V_{Af}, T_{Af}) = (153.12 \text{ kPa}, V_{Af}, 612.5 \text{ K})$$

Pared rígida adiabática



Estado inicial

Pared rígida adiabática



Estado final

De la ecuación de estado de gas ideal determinamos V_{Af} :

$$e) \quad V_{Af} = \frac{m_A R_A T_{Af}}{P_{Af}} = \frac{(3 \text{ kg}) \left(0.3 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (612.5 \text{ K})}{\left(153.12 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} \right)} = 3.6 \text{ m}^3$$

Determinamos ahora la variación en la entropía del universo en este segundo proceso:

$\Delta S(\text{univ})_{(ii)} = \Delta S(\text{sist}) + \Delta S(\text{alred})$; pero $\Delta S(\text{alred}) = 0$ porque los alrededores no interactúan con el sistema, luego entonces:

$$\Delta S(\text{univ})_{(ii)} = \Delta S(\text{sist}) = m_A C_{vA} \ln \left(\frac{T_f}{T_{Ai}} \right) + m_A R_A \ln \left(\frac{V_f}{V_{Ai}} \right) = m_A R_A \ln \left(\frac{V_f}{V_{Ai}} \right)$$

$$f) \quad \Delta S(\text{univ})_{(ii)} = (3 \text{ kg}) \left(0.3 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln \left(\frac{3.6}{0.5} \right) = 1.78 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Dado que $\Delta S(\text{univ})_{(ii)}$ es positiva, se concluye que este segundo proceso es irreversible.

Finalmente, considerando a los procesos (i) y (ii) en conjunto, la variación total en la entropía del universo es igual a:

$$g) \quad \Delta S(\text{univ})_{(T)} = \Delta S(\text{univ})_{(i)} + \Delta S(\text{univ})_{(ii)} = (0.48 + 1.78) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 2.26 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

y como $\Delta S(\text{univ})_{(T)}$ es positivo, se concluye que, considerando a los dos procesos en conjunto, el proceso es *irreversible*.

Problema 4.

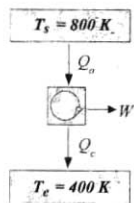
Un sistema efectúa un ciclo operando entre dos almacenes térmicos a las temperaturas de 800 K y 400 K . Suponiendo que la energía se conserva, determinar en cada uno de los casos siguientes (mediante cálculos de entropía), si el ciclo es posible (reversible o irreversible) o imposible.

- a) El sistema realiza un ciclo con un rendimiento de 60% y cede 350 kJ de calor al almacén a menor temperatura.
- b) El sistema absorbe una determinada cantidad de calor del almacén a menor temperatura y cede 1000 kJ de calor al almacén a temperatura alta. El trabajo neto que debe suministrarse al sistema es de 550 kJ .
- c) El sistema absorbe 500 kJ de calor del almacén a mayor temperatura y realiza un trabajo neto de 250 kJ .

Datos generales: $T_s = 800\text{ K}$, $T_e = 400\text{ K}$

Solución:

a)



Datos: $Q_c = 350\text{ kJ}$, $r = 60\% = 0.6$

El rendimiento del ciclo está dado como: $r = 1 - \frac{Q_c}{Q_a} = 0.6$; de donde:

$$Q_a = \frac{Q_c}{1-r} = \frac{350\text{ kJ}}{(1-0.6)} = 875\text{ kJ}$$

Dado que la energía se conserva, entonces $W = Q_a - Q_c = (875 - 350)\text{ kJ} = 525\text{ kJ}$

La variación en la entropía del universo está dada como: $\Delta S_{\text{univ}} = \Delta S_{\text{sis}} + \Delta S_{\text{alred}}$

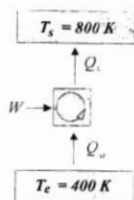
En donde $\Delta S_{\text{sis}} = 0$ porque el sistema opera cíclicamente, y

$$\Delta S_{alred} = \Delta S_{alm\ T_s} + \Delta S_{alm\ T_e} = -\frac{Q_a}{T_s} + \frac{Q_e}{T_e}; \text{ de aquí que: } \Delta S_{univ} = 0 - \frac{Q_a}{T_s} + \frac{Q_e}{T_e}$$

$$\Delta S_{univ} = \left(-\frac{875 \text{ kJ}}{800 \text{ K}} + \frac{350 \text{ kJ}}{400 \text{ K}} \right) = (-1.094 + 0.875) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = -0.22 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Como ΔS_{univ} es negativa, concluimos que el ciclo es: *imposible*

b)



Datos: $Q_c = 1000 \text{ kJ}$, $W = 550 \text{ kJ}$

La Ley de conservación de la energía queda expresada como: $-W = Q_a - Q_c$, el trabajo es negativo porque ahora se está suministrando al sistema, entonces:

$$Q_a = Q_c - W = (1000 - 550) \text{ kJ} = 450 \text{ kJ}$$

La variación en la entropía del universo está dada como: $\Delta S_{univ} = \Delta S_{sist} + \Delta S_{alred}$

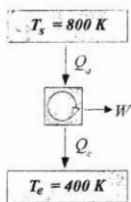
En donde $\Delta S_{sist} = 0$ porque el sistema opera cíclicamente, y

$$\Delta S_{alred} = \Delta S_{alm\ T_s} + \Delta S_{alm\ T_e} = \frac{Q_c}{T_s} - \frac{Q_a}{T_e}; \text{ de aquí que: } \Delta S_{univ} = 0 + \frac{Q_c}{T_s} - \frac{Q_a}{T_e}$$

$$\Delta S_{univ} = \left(\frac{1000 \text{ kJ}}{800 \text{ K}} - \frac{450 \text{ kJ}}{400 \text{ K}} \right) = (1.25 - 1.125) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 0.125 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Como ΔS_{univ} es igual positiva, concluimos que el ciclo es: *posible irreversible*

c)



Datos: $Q_a = 500 \text{ kJ}$, $W = 250 \text{ kJ}$

Dado que la energía se conserva, entonces $W = Q_a - Q_c$, de donde:

$$Q_c = Q_a - W = (500 - 250) \text{ kJ} = 250 \text{ kJ}$$

La variación en la entropía del universo está dada como: $\Delta S_{univ} = \Delta S_{sist} + \Delta S_{alred}$

En donde $\Delta S_{sist} = 0$ porque el sistema opera cíclicamente, y

$$\Delta S_{alred} = \Delta S_{alm \ T_s} + \Delta S_{alm \ T_e} = -\frac{Q_a}{T_s} + \frac{Q_c}{T_e}; \text{ de aquí que: } \Delta S_{univ} = 0 - \frac{Q_a}{T_s} + \frac{Q_c}{T_e}$$

$$\Delta S_{univ} = \left(-\frac{500 \text{ kJ}}{800 \text{ K}} + \frac{250 \text{ kJ}}{400 \text{ K}} \right) = (-0.625 + 0.625) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 0$$

y como ΔS_{univ} es igual a cero, concluimos que el ciclo es: *posible reversible*

Problema 1.

Un gas ideal es sujeto al ciclo mostrado en el plano VP .

Responder a las preguntas siguientes, justificando en cada caso la respuesta.

(i) ¿En que estado el sistema alcanza:

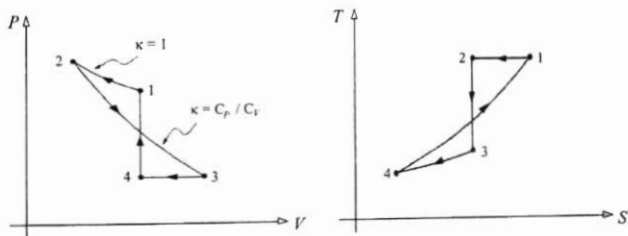
a) La mínima temperatura, b) la máxima presión, c) el mínimo volumen, d) la máxima temperatura?

(ii) ¿En que proceso:

e) el sistema no absorbe ni cede calor, f) no hay interacción mecánica del sistema con los alrededores, g) el calor cedido por el sistema es igual al trabajo realizado sobre él, h) la energía interna permanece constante, j) la presión del sistema no cambia, k) el trabajo es positivo?

(iii) ¿En que proceso el sistema absorbe calor?

(iv) ¿Qué signo tienen Q y W netos?

**Solución:**

Para justificar las respuestas a las preguntas formuladas se incluye el correspondiente diagrama ST del ciclo, mismo que, al igual que el diagrama VP consta de los siguientes procesos:

(1→2): compresión isotérmica en la que al disminuir el volumen, aumenta la presión. En el plano ST este proceso se representa por una recta paralela al eje de la entropía en el sentido en que esta variable disminuye.

(2→3): expansión isoentrópica en la que disminuye la presión. La representación de este proceso en el plano ST es mediante una recta paralela al eje de la temperatura en el sentido de T decreciente.

(3→4): compresión isobárica en la que al disminuir el volumen, la temperatura también disminuye. Este proceso en el plano ST se representa por una curva de pendiente positiva en la que la entropía decrece.

(4→1): proceso isocórico en el que aumenta la presión y la temperatura. En el plano ST este proceso es representado por una curva de pendiente positiva en la que la entropía aumenta.

El diagrama VP muestra directamente como es el volumen y la presión en cada estado. Adicionalmente, si en el diagrama VP se trazan curvas de temperatura constante (que sean paralelas a la isoterma que une a los estados 1 y 2 pasando por los estados 3 y 4 se concluye que: $(T_2 = T_1) > T_3 > T_4$; de aquí que:

(i) El sistema alcanza:

- a) la mínima temperatura en el estado 4,
- b) la máxima presión en el estado 2,
- c) el mínimo volumen en el estado 2,
- d) la máxima temperatura en el estado 2 y en el estado 1.

El área bajo la curva que une dos estados, en el plano VP , representa al trabajo realizado por ó hecho sobre el sistema, dependiendo de si el volumen aumenta ó disminuye. Así mismo, en el plano ST el área bajo la curva representa al calor absorbido ó cedido por el sistema, dependiendo de si la entropía aumenta o disminuye.; por lo tanto:

(ii) En qué proceso:

- e) el sistema no absorbe ni cede calor durante el proceso (2→3), dado que es un proceso isentrópico según lo indica el valor del exponente politrópico $\kappa_{2\rightarrow3}$. Ésto también se verifica en el plano ST ya que el área bajo la curva que une a estos estados es igual a cero.
- f) no hay interacción mecánica del sistema con los alrededores durante el proceso (4→1), dado que en este proceso el volumen se mantiene constante como lo muestra el diagrama VP , ya que el área bajo la curva que une a estos estados es igual a cero.
- g) el calor cedido por el sistema es igual al trabajo realizado sobre él durante el proceso (1→2), dado que la variación en la energía del sistema es igual a cero en este proceso isotérmico y de acuerdo con la 1ª Ley el calor y el trabajo son iguales. Además el volumen disminuye cuando el sistema pasa del estado 1 al 2, lo cual implica que el trabajo es negativo (se trata de trabajo realizado sobre el sistema) y de acuerdo a lo mencionado anteriormente el calor es negativo también; por lo tanto es un calor cedido por el sistema.

h) la energía interna permanece constante durante el proceso (1→2), ya que la temperatura durante este proceso se mantiene constante.

j) la presión del sistema no cambia durante el proceso isobárico (3→4), como lo muestra directamente el diagrama VP .

k) El trabajo es positivo durante el proceso isentrópico (2→3), dado que solamente en este proceso el volumen del sistema aumenta, lo que significa que el trabajo lo realiza el sistema.

(iii) el sistema absorbe calor durante el proceso isocórico (4→1), dado que al permanecer el volumen constante el calor intercambiado por el sistema es igual al cambio en su energía interna; mismo que es positivo ya que como se mencionó anteriormente $T_1 > T_4$.

(iv) en un ciclo el calor y el trabajo neto son iguales. Cada uno de ellos puede determinarse gráficamente a través de la suma del área bajo la curva que une cada pareja de estados termodinámicos sucesivos en los planos ST y VP respectivamente. Del diagrama volumen contra presión observamos que:

$$W_{1\rightarrow2} < 0 ; W_{2\rightarrow3} > 0 ; W_{3\rightarrow4} < 0 ; W_{4\rightarrow1} = 0$$

$W_{\text{neto}} = (W_{1\rightarrow2} + W_{3\rightarrow4}) + W_{2\rightarrow3} = Q_{\text{neto}} ; \quad (W_{1\rightarrow2} + W_{3\rightarrow4}) < 0 ;$ pero $W_{2\rightarrow3}$ que es positivo resulta ser menor que $(W_{1\rightarrow2} + W_{3\rightarrow4})$ que es negativo.

Por lo tanto: el signo que tienen Q y W netos es negativo.

Problema 2.

Un sistema que consta de 4 kg de aire efectúa un ciclo del que solo se conocen las cantidades indicadas en la tabla.

a) Llenar los espacios vacíos en la tabla, b) esbozar el diagrama del ciclo en los planos VP y ST , c) calcular el rendimiento r del ciclo.

	P/kPa	V/m^3	T/K	$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ	$\Delta S/\text{kJ/K}$
1	75			0			
2		3					
3		5.5				0	
1							
$\kappa_{2 \rightarrow 3} = 0$ neto							

Datos: $m = 4 \text{ kg}$, $R = 0.287 \text{ kJ/kgK}$, $C_p = 1.004 \text{ kJ/kgK}$,

Solución:

Paso 1.

Se tienen como datos R y C_p y como $C_p = C_v + R$, entonces: $C_v = C_p - R = 0.717 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$

La tabla muestra que $W_{3 \rightarrow 1} = 0$, lo que implica que

$$a) \quad V_1 = V_3 = 5.5 \text{ m}^3$$

De la ecuación de estado de gas ideal, $PV = mRT$ determinamos:

$$b) \quad T_1 = \frac{P_1 V_1}{mR} = \frac{\left(75 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}\right)(5.5 \text{ m}^3)}{(4 \text{ kg})\left(0.287 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}\right)} = 359.32 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 359.32 \text{ K}$$

Como $\Delta U_{1 \rightarrow 2} = 0$, entonces el proceso $(1 \rightarrow 2)$ es isotérmico, por lo que

$$c) \quad T_2 = T_1 = 359.32 \text{ K}$$

De la ecuación de procesos politrópicos $P_f V_f^\kappa = P_i V_i^\kappa$, con $\kappa = 1$, esto es $P_2 V_2 = P_1 V_1$ se obtiene

$$d) \quad P_2 = \frac{P_1 V_1}{V_2} = \frac{(75 \text{ kPa})(5.5 \text{ m}^3)}{(3 \text{ m}^3)} = 137.5 \text{ kPa}$$

Dado que $\kappa_{2 \rightarrow 3} = 0$, entonces el proceso (2→3) es isobárico, por lo que

$$e) \quad P_3 = P_2 = 137.5 \text{ kPa}$$

De la ecuación de estado de gas ideal, $PV = mRT$

$$f) \quad T_3 = \frac{P_3 V_3}{mR} = \frac{\left(137.5 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}\right) (5.5 \text{ m}^3)}{(4 \text{ kg}) \left(0.287 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}\right)} = 658.75 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} = 658.75 \text{ K}$$

Paso 2.

Como el sistema realiza un ciclo, entonces

$$a) \quad \Delta U_{\text{neto}} = 0 \quad \text{y} \quad b) \quad \Delta S_{\text{neto}} = 0$$

La variación en la energía interna del sistema para el proceso (2→3) es

$$c) \quad \Delta U_{2 \rightarrow 3} = mC_v (T_3 - T_2) = (4 \text{ kg}) \left(0.717 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}\right) (658.75 - 359.32) = 858.76 \text{ kJ}$$

Del inciso (2a) se sabe que $\Delta U_{\text{neto}} = \Delta U_{1 \rightarrow 2} + \Delta U_{2 \rightarrow 3} + \Delta U_{3 \rightarrow 1} = 0$, así que

$$d) \quad \Delta U_{3 \rightarrow 1} = \Delta U_{\text{neto}} - (\Delta U_{1 \rightarrow 2} + \Delta U_{2 \rightarrow 3}) = 0 - (0 + 858.76) \text{ kJ} = -858.76 \text{ kJ}$$

Aplicando la ecuación de 1ª Ley al proceso isocórico (3→1), $\Delta U_{3 \rightarrow 1} = Q_{3 \rightarrow 1} - W_{3 \rightarrow 1}$, resulta que,

$$e) \quad Q_{3 \rightarrow 1} = \Delta U_{3 \rightarrow 1} = -858.76 \text{ kJ}$$

Calculamos la variación en entropía para el proceso (3→1):

$$\Delta S_{3 \rightarrow 1} = mC_v \ln \left(\frac{T_1}{T_3} \right) + mR \ln \left(\frac{V_1}{V_3} \right) = mC_v \ln \left(\frac{T_1}{T_3} \right)$$

$$f) \quad \Delta S_{3 \rightarrow 1} = (4 \text{ kg}) \left(0.717 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}\right) \ln \left(\frac{359.32}{658.75} \right) = -1.74 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Paso 3.

La variación en entropía del sistema en el proceso (2→3) está dada como:

$$\Delta S_{2 \rightarrow 3} = mC_p \ln\left(\frac{T_3}{T_2}\right) - mR \ln\left(\frac{P_3}{P_2}\right) = mC_p \ln\left(\frac{T_3}{T_2}\right)$$

$$a) \quad \Delta S_{2 \rightarrow 3} = (4 \text{ kg}) \left(1.004 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln\left(\frac{658.75}{359.32}\right) = 2.43 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Dado que $\Delta S_{\text{neto}} = \Delta S_{1 \rightarrow 2} + \Delta S_{2 \rightarrow 3} + \Delta S_{3 \rightarrow 1} = 0$, entonces:

$$b) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 2} = \Delta S_{\text{neto}} - (\Delta S_{2 \rightarrow 3} + \Delta S_{3 \rightarrow 1}) = 0 - (2.43 - 1.74) \text{ kJ} = -0.69 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Para el proceso isobárico (2→3), de la definición de trabajo $W_{2 \rightarrow 3} = \int_2^3 P dV = \int_2^3 mR dT$

se tiene que, $W_{2 \rightarrow 3} = P_2 \Delta V_{2 \rightarrow 3} = mR \Delta T_{2 \rightarrow 3}$

$$c) \quad W_{2 \rightarrow 3} = mR(T_3 - T_2) = (4 \text{ kg}) \left(0.287 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (658.75 - 359.32) \text{ K} = 343.74 \text{ kJ}$$

De la ecuación de 1ª Ley $\Delta U_{2 \rightarrow 3} = Q_{2 \rightarrow 3} - W_{2 \rightarrow 3}$, se obtiene que

$$d) \quad Q_{2 \rightarrow 3} = \Delta U_{2 \rightarrow 3} + W_{2 \rightarrow 3} = (858.76 + 343.74) \text{ kJ} = 1202.5 \text{ kJ}$$

Paso 4.

Para el proceso isotérmico (1→2), el calor y el trabajo son iguales y de la definición de calor:

$$a) \quad Q_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 T dS = T_1 \Delta S_{1 \rightarrow 2} = (359.32 \text{ K}) \left(-0.69 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \right) = -247.93 \text{ kJ} = W_{1 \rightarrow 2}$$

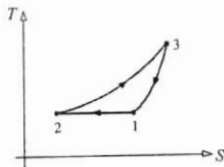
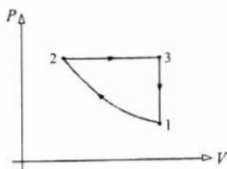
Finalmente, calculamos el trabajo neto, que es igual al calor neto mediante la suma de los trabajos (calores) en cada proceso

$$W_{\text{neto}} = W_{1 \rightarrow 2} + W_{2 \rightarrow 3} + W_{3 \rightarrow 1} = Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{3 \rightarrow 1} = Q_{\text{neto}}$$

$$b) \quad W_{\text{neto}} = (-247.93 + 343.74 + 0) \text{ kJ} = 95.81 \text{ kJ} = Q_{\text{neto}}$$

El rendimiento r del ciclo se obtiene mediante la ecuación,

$$c) \quad r = \frac{W_{\text{neto}}}{Q_d} = 1 - \frac{Q_c}{Q_d} = 1 - \frac{(Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{3 \rightarrow 1})}{Q_{2 \rightarrow 3}} = 1 - \frac{(247.93 + 858.76)}{1202.5} = 0.0797 = 7.97\%$$



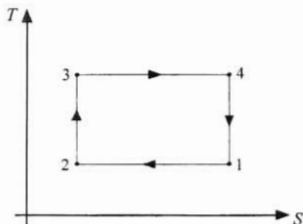
	P/kPa	V/m^3	T/K	$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ	$\Delta S/\text{kJK}^{-1}$
1	75	5.5	359.32	0	4a 247.93	4a -247.93	3b -0.69
2	137.5	3	359.32	2c 858.76	3d 1202.5	3c 343.74	3a 2.43
3	137.5	5.5	658.75	2d -858.76	2e -858.76	0	2f -1.74
1	75	5.5	359.32				
neto				2a 0	4b 95.81	4b 95.81	2b 0

Problema 3.

Un sistema que consta de 4 kg de aire inicialmente a 127°C, experimenta el ciclo ilustrado en el plano ST con un rendimiento de 60 %.

Sabiendo que en la expansión isotérmica su volumen se triplica, determinar:

a) La temperatura máxima alcanzada por el sistema, b) la variación en la entropía del sistema en la compresión isotérmica, c) el calor neto, d) el trabajo realizado por el sistema en la expansión isotérmica, e) la variación en la energía interna debida a la compresión isoentrópica.



Datos: $m = 4$ kg, $R = 0.287$ kJ/kgK, $C_p = 1.004$ kJ/kgK

Solución:

Paso 1.

Dado que $C_p = C_v + R$, entonces $R = C_p - C_v = 0.717 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$

Como ilustra el diagrama ST , el sistema opera a la temperatura mínima

$$T_{\min} = T_1 = T_2 = (127 + 273) \text{ K} = 400 \text{ K}$$

El rendimiento r_c del ciclo, está dado como: $r_c = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = 1 - \frac{T_2}{T_3}$; así que $\frac{T_{\min}}{T_{\max}} = 1 - r_c$

De donde la temperatura máxima alcanzada por el sistema es:

$$a) \quad T_{\max} = \frac{T_{\min}}{(1 - r_c)} = \frac{400 \text{ K}}{(1 - 0.6)} = 1000 \text{ K} = T_3 = T_4$$

Paso 2.

Los procesos (1→2) y (3→4) son isotérmicos, por lo tanto: $\Delta U_{1\rightarrow 2} = 0 = \Delta U_{3\rightarrow 4}$; y de la ecuación de 1ª Ley se obtiene que: $W_{1\rightarrow 2} = Q_{1\rightarrow 2}$ y $W_{3\rightarrow 4} = Q_{3\rightarrow 4}$

Ahora bien; $Q_{1\rightarrow 2}$ es negativo, ya que como se ilustra en el diagrama la entropía disminuye; por lo tanto $W_{1\rightarrow 2}$ es negativo. Esto significa que el proceso (1→2) representa a la compresión isotérmica.

$Q_{3\rightarrow 4}$ es positivo, ya que la entropía aumenta; por lo tanto $W_{3\rightarrow 4}$ es positivo, lo que nos indica que el proceso (3→4) representa a la expansión isotérmica.

Como en la expansión isotérmica el volumen se triplica, entonces $V_4 = 3V_3$ y la variación en la entropía del sistema la determinamos de la ecuación:

$$\Delta S_{3\rightarrow 4} = mC_V \ln\left(\frac{T_4}{T_3}\right) + mR \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) = mR \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right); \text{ esto es que}$$

$$\Delta S_{3\rightarrow 4} = mR \ln\left(\frac{3V_3}{V_3}\right) = mR \ln(3)$$

$$\Delta S_{3\rightarrow 4} = (4 \text{ kg}) \left(0.287 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln(3) = 1.26 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Los procesos (2→3) y (4→1) son es isoentrópicos, lo que significa que:

$$\Delta S_{2\rightarrow 3} = 0 = \Delta S_{4\rightarrow 1}$$

y como $\Delta S_{\text{neto}} = \Delta S_{1\rightarrow 2} + \Delta S_{2\rightarrow 3} + \Delta S_{3\rightarrow 4} + \Delta S_{4\rightarrow 1} = 0$, entonces:

$$\Delta S_{1\rightarrow 2} = \Delta S_{\text{neto}} - (\Delta S_{2\rightarrow 3} + \Delta S_{3\rightarrow 4} + \Delta S_{4\rightarrow 1}) = 0 - (0 + 1.26 + 0) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = -1.26 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Por lo tanto, la variación en la entropía del sistema en la compresión isotérmica es:

$$b) \Delta S_{1\rightarrow 2} = -1.26 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Paso 3.

Determinamos los calores cedido y absorbido por el sistema durante los procesos isotérmicos

$$Q_{1\rightarrow 2} = T_1 \Delta S_{1\rightarrow 2} = (400 \text{ K}) \left(-1.26 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) = -504 \text{ kJ} = W_{1\rightarrow 2}$$

$$Q_{3\rightarrow 4} = T_3 \Delta S_{3\rightarrow 4} = (1000 \text{ K}) \left(1.26 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) = 1260 \text{ kJ} = W_{3\rightarrow 4}$$

De aquí que:

$$c) \quad Q_{\text{neto}} = Q_{1\rightarrow 2} + Q_{2\rightarrow 3} + Q_{3\rightarrow 4} + Q_{4\rightarrow 1} = (-504 + 0 + 1260 + 0) \text{ kJ} = 756 \text{ kJ}$$

Dado que en un proceso isotérmico el calor y el trabajo son iguales, entonces el trabajo realizado por el sistema en la expansión isotérmica es:

$$d) \quad W_{3\rightarrow 4} = Q_{3\rightarrow 4} = 1260 \text{ kJ}$$

Paso 4.

En el proceso isoentrópico ($2 \rightarrow 3$) se observa que la temperatura aumenta (desde $T_2 = T_{\min}$ hasta la temperatura $T_3 = T_{\max}$) por lo que $\Delta U_{2\rightarrow 3}$ es una cantidad positiva; de la ecuación de la 1ª Ley $\Delta U_{2\rightarrow 3} = Q_{2\rightarrow 3} - W_{2\rightarrow 3}$; se tiene que $W_{2\rightarrow 3} = -\Delta U_{2\rightarrow 3}$, y dado que $\Delta U_{2\rightarrow 3}$ es positiva, entonces $W_{2\rightarrow 3}$ es una cantidad negativa, de aquí que el proceso ($2 \rightarrow 3$) corresponde a la compresión isoentrópica; y la variación en la energía interna está dada como:

$$e) \quad \Delta U_{2\rightarrow 3} = mC_v (T_3 - T_2) = (4 \text{ kg}) \left(0.717 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (1000 - 400) \text{ K} = 1720.8 \text{ kJ}$$

Problema 4.

Completar las aseveraciones mostradas con la palabra correspondiente de la columna de la izquierda.

Imposible

Cero

Positivo

Menor

Reversible

Igual

Disminuye

Negativo

Entropía

Aumente

Constante

Mayor

- a) Un proceso _____ es aquel en el que la entropía del universo disminuye.
- b) Si en un proceso posible irreversible la entropía del sistema aumenta, el cambio en la entropía de los alrededores debe ser _____ y _____ que el del sistema.
- c) Debido a un proceso espontáneo, la entropía del universo _____.
- d) En una compresión isentrópica, la entropía del universo es _____.
- e) El rendimiento de una máquina térmica de Carnot es _____ al rendimiento de otra máquina reversible operando entre los mismos límites de temperatura.

Solución:

a) Un proceso imposible es aquel en el que la entropía del universo disminuye.

b) Si en un proceso posible irreversible la entropía del sistema aumenta, el cambio en la entropía de los alrededores debe ser negativo y menor que el del sistema.

c) Debido a un proceso espontáneo, la entropía del universo aumenta.

d) En una compresión isentrópica, la entropía del universo es constante.

e) El rendimiento de una máquina térmica de Carnot es igual al rendimiento de otra máquina reversible operando entre los mismos límites de temperatura.

Problema 5.

Un sistema que consta de 1 kg de aire inicialmente a 25°C y 0.1 MPa, es comprimido en forma adiabática hasta llegar a 100°C y 1.0 MPa.

Considerando que la entropía de los alrededores permanece constante, a) determinar mediante cálculos si este proceso de compresión es ó no posible.

En caso de que no sea posible b) determinar la presión final que el sistema deberá alcanzar para que el proceso sea posible reversible. Suponga las mismas condiciones iniciales y la misma temperatura final para el sistema.

Datos: $m = 1 \text{ kg}$, $R = 0.287 \text{ kJ/kgK}$, $C_p = 1.004 \text{ kJ/kg}$.

Solución:

Las condiciones iniciales del sistema son:

$$P_i = 0.1 \text{ MPa} = 100 \text{ kPa}, T_i = (25 + 273) \text{ K} = 298 \text{ K}$$

Las condiciones finales del sistema son:

$$P_f = 1 \text{ MPa} = 1000 \text{ kPa}, T_f = (100 + 273) \text{ K} = 373 \text{ K}$$

Ahora bien; $\Delta S(\text{univ}) = \Delta S(\text{sist}) + \Delta S(\text{alred})$; pero nos indican que la entropía de los alrededores permanece constante, por lo que $\Delta S(\text{alred}) = 0$, luego entonces,

$$\Delta S(\text{univ}) = \Delta S(\text{sist}) = mC_p \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) - mR \ln\left(\frac{P_f}{P_i}\right)$$

$$\Delta S(\text{univ}) = (1 \text{ kg}) \left(1.007 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln\left(\frac{373}{298}\right) - (1 \text{ kg}) \left(0.287 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln\left(\frac{1000}{100}\right) = -0.435 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

$$\text{Esto es que, a) } \Delta S(\text{univ}) = -0.435 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Dado que $\Delta S(\text{univ})$ es una cantidad negativa, se concluye que este proceso de compresión adiabática bajo las condiciones descritas es *imposible*.

Si el proceso es posible reversible; entonces $\Delta S(\text{univ}) = \Delta S(\text{sist}) + \Delta S(\text{alred}) = 0$, y además: $\Delta S(\text{alred}) = 0$ y $\Delta S(\text{sist}) = 0$

Como

$$\Delta S(sist) = m C_p \ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right) - m R \ln \left(\frac{P_f}{P_i} \right) = 0, \text{ entonces}$$

$$\frac{P_f}{P_i} = \left(\frac{T_f}{T_i} \right)^{(C_p/R)}, \text{ de donde}$$

$$b) \quad P_f = (100 \text{ kPa}) \left(\frac{373}{298} \right)^{(1.004/0.287)} = 219.31 \text{ kPa} = 0.21931 \text{ MPa}$$

que es la presión final que debe adquirir el sistema para que la compresión sea posible reversible.

Problema 1.

Un gas ideal es sujeto al ciclo mostrado en el plano ST . Responder a las preguntas siguientes, justificando en cada caso su respuesta.

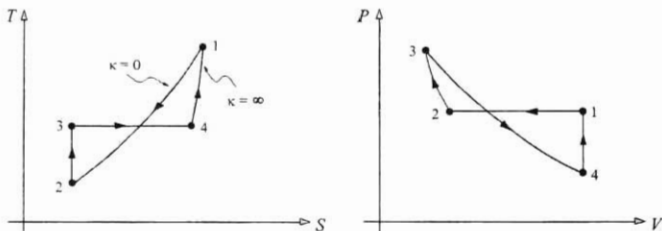
(i) ¿En qué estado el sistema alcanza:

a) la mínima presión, b) el máximo volumen, c) la mínima energía interna, d) la máxima entropía?

(ii) ¿En qué proceso:

e) los alrededores realizan trabajo sobre el sistema, f) la energía interna permanece constante, g) no hay interacción mecánica del sistema con los alrededores, h) el sistema realiza trabajo sobre los alrededores, j) la entropía permanece constante?

(iii) ¿En qué procesos la energía interna del sistema aumenta?

**Solución:**

El diagrama ST muestra directamente como es la entropía y la temperatura en cada estado, y el signo del cambio en estas variables. Así mismo, en el plano ST el área bajo la curva representa al calor absorbido ó cedido por el sistema, dependiendo de si la entropía aumenta o disminuye. Sabiendo que ocurre con la temperatura en cada proceso, el signo ó valor numérico del cambio en la energía interna se obtiene de la relación $\Delta U_{i \rightarrow f} = mC_V \Delta T_{i \rightarrow f}$. Para construir el diagrama VP correspondiente al ciclo mostrado en el plano, analicemos las características de cada uno de los procesos:

(1→2): En este proceso, directamente del diagrama ST se infiere que: $\Delta U_{1 \rightarrow 2} < 0$, porque $\Delta T_{1 \rightarrow 2} < 0$, además $Q_{1 \rightarrow 2} < 0$ porque $\Delta S_{1 \rightarrow 2} < 0$.

Como $\kappa_{1 \rightarrow 2} = \infty$, este proceso ocurre a presión constante. La curva correspondiente en el plano VP es una recta paralela al eje de volumen y como la temperatura disminuye, el volumen disminuye también. En consecuencia $W_{1 \rightarrow 2} < 0$.

(2→3): Este proceso ocurre a entropía constante; por lo que $\Delta S_{2\rightarrow3} = 0$ y $Q_{2\rightarrow3} = 0$. Además $\Delta U_{2\rightarrow3} > 0$ porque $\Delta T_{2\rightarrow3} > 0$. La curva correspondiente en el plano VP es una curva tipo hipérbola en la que al aumentar la temperatura, aumenta la presión y en consecuencia el volumen disminuye. Por lo tanto $W_{2\rightarrow3} < 0$.

(3→4): Este proceso es isotérmico; por lo que $\Delta U_{3\rightarrow4} = 0$ y del diagrama ST se observa que $\Delta S_{3\rightarrow4} > 0$ y por lo tanto $Q_{3\rightarrow4} > 0$. De la ecuación de 1ª Ley se tiene que el calor y el trabajo son iguales por lo que $W_{3\rightarrow4} > 0$. La curva correspondiente en el plano VP es una curva tipo hipérbola, de pendiente más negativa que la curva (2→3). Ahora bien; dado que el trabajo es positivo, entonces el volumen aumenta en este proceso mientras que la presión disminuye.

(4→1): Dado que $\kappa_{4\rightarrow1} = \infty$, este proceso ocurre a volumen constante; por lo que $W_{4\rightarrow1} = 0$. Del diagrama ST se observa que $\Delta S_{4\rightarrow1} > 0$, por lo que $Q_{4\rightarrow1} > 0$; además $\Delta U_{4\rightarrow1} > 0$ porque $\Delta T_{4\rightarrow1} > 0$. La curva correspondiente en el plano VP es una recta paralela al eje de la presión en la que al aumentar la temperatura, la presión aumenta también.

Teniendo ilustrado el ciclo en los planos ST y VP la respuesta a cada una de las preguntas enunciadas es inmediata.

(i) El sistema alcanza:

- la mínima presión en el estado 4,
- el máximo volumen en los estados 4 y 1,
- la mínima energía interna en el estado 2, dado que es el estado de mínima temperatura.
- la máxima entropía en el estado 1.

(ii) En qué proceso:

- los alrededores realizan trabajo sobre el sistema durante los procesos (1→2) y (2→3) ya que en estos procesos el trabajo es negativo.
- la energía interna permanece constante durante el proceso (3→4), ya que la temperatura permanece constante.
- no hay interacción mecánica del sistema con los alrededores durante el proceso (4→1) ya que en este proceso el trabajo es cero.
- el sistema realiza trabajo sobre los alrededores durante el proceso (3→4) ya que en este proceso el trabajo es positivo.
- la entropía permanece constante durante el proceso (2→3)

(iii) La energía interna del sistema aumenta durante los procesos (2→3) y (4→1) puesto que en ambos la temperatura aumenta.

Problema 2.

Un sistema que consta de 2 kg de helio efectúa un ciclo del que solo se conocen las cantidades indicadas en la tabla.

a) Llenar los espacios vacíos en la tabla, b) esbozar el diagrama del ciclo en los planos VP y ST , c) calcular el rendimiento r del ciclo.

	P/kPa	V/m^3	T/K	$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ	$\Delta S/\text{kJ/K}$
1		4					0
2			500				
3		4		0			
1			600				
neto							

Datos: $m = 2 \text{ kg}$, $R = 2.08 \text{ kJ/kgK}$, $C_p = 5.20 \text{ kJ/kgK}$

Solución:

Paso 1.

Dado que $C_p = C_v + R$, entonces $C_v = C_p - R = 3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$

De la ecuación de estado de gas ideal, $PV = mRT$ determinamos:

$$a) \quad P_1 = \frac{mRT_1}{V_1} = \frac{(2 \text{ kg}) \left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (600 \text{ K})}{(4 \text{ m}^3)} = 624 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} = 624 \text{ kPa}$$

Dado que $\Delta S_{1 \rightarrow 2} = 0$, entonces: b) $Q_{1 \rightarrow 2} = 0$

De la relación energía interna-temperatura,

$$c) \quad \Delta U_{1 \rightarrow 2} = mC_v (T_2 - T_1) = (2 \text{ kg}) \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (500 - 600) \text{ K} = -624 \text{ kJ}$$

De la ecuación de 1ª Ley, $\Delta U_{1 \rightarrow 2} = Q_{1 \rightarrow 2} - W_{1 \rightarrow 2}$ se tiene que

$$d) \quad W_{1 \rightarrow 2} = -\Delta U_{1 \rightarrow 2} = -(-624 \text{ kJ}) = 624 \text{ kJ}$$

$$\text{De la ecuación para la variación en la entropía: } \Delta S_{1 \rightarrow 2} = mC_p \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) - mR \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right) = 0$$

$$\ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = \left(\frac{C_p}{R}\right) \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{(C_p/R)}; \text{ de donde:}$$

$$e) \quad P_2 = P_1 \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{(C_p/R)} = (624 \text{ kPa}) \left(\frac{500}{600}\right)^{(5.20/2.08)} = 395.58 \text{ kPa}$$

Finalmente, de la ecuación de estado determinamos:

$$f) \quad V_2 = \frac{mRT_2}{P_2} = \frac{(2 \text{ kg}) \left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}\right) (500 \text{ K})}{\left(395.58 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}\right)} = 5.26 \frac{\text{kJ}}{\text{kJ}} = 5.26 \text{ m}^3$$

Paso 2.

Como $\Delta U_{2 \rightarrow 3} = 0$, entonces a) $T_3 = T_2 = 500 \text{ K}$

De la ecuación de estado de gas ideal $PV = mRT$,

$$b) \quad P_3 = \frac{mRT_3}{V_3} = \frac{(2 \text{ kg}) \left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}\right) (500 \text{ K})}{(4 \text{ m}^3)} = 520 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} = 520 \text{ kPa}$$

La variación en la entropía para este proceso la calculamos como:

$$\Delta S_{2 \rightarrow 3} = mC_v \ln\left(\frac{T_3}{T_2}\right) + mR \ln\left(\frac{V_3}{V_2}\right) = mR \ln\left(\frac{V_3}{V_2}\right)$$

$$c) \quad \Delta S_{2 \rightarrow 3} = (2 \text{ kg}) \left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}\right) \ln\left(\frac{4}{5.26}\right) = -1.14 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Conocido el cambio en la entropía, el calor que es igual al trabajo (puesto $\Delta U_{2 \rightarrow 3} = 0$) lo determinamos a partir de la definición de calor: $Q_{2 \rightarrow 3} = \int_2^3 T dS = T_2 \Delta S_{2 \rightarrow 3}$, esto es:

$$d) \quad Q_{2 \rightarrow 3} = (500 \text{ K}) \left(-1.14 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}\right) = -570 \text{ kJ} = W_{2 \rightarrow 3}$$

Paso 3.

Como a) $\Delta S_{neto} = \Delta S_{1 \rightarrow 2} + \Delta S_{2 \rightarrow 3} + \Delta S_{3 \rightarrow 1} = 0$, resulta que:

$$b) \Delta S_{3 \rightarrow 1} = \Delta S_{neto} - (\Delta S_{1 \rightarrow 2} + \Delta S_{2 \rightarrow 3}) = 0 - (0 - 1.14) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 1.14 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Dado que c) $\Delta U_{neto} = \Delta U_{1 \rightarrow 2} + \Delta U_{2 \rightarrow 3} + \Delta U_{3 \rightarrow 1} = 0$, entonces:

$$d) \Delta U_{3 \rightarrow 1} = \Delta U_{neto} - (\Delta U_{1 \rightarrow 2} + \Delta U_{2 \rightarrow 3}) = 0 - (-624 + 0) \text{ kJ} = 624 \text{ kJ}$$

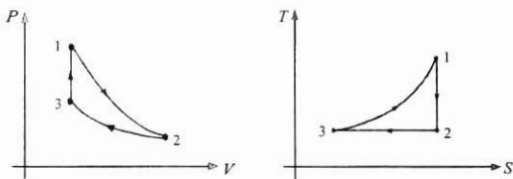
El proceso (3 → 1) es a volumen constante, por lo que e) $W_{3 \rightarrow 1} = 0$

y de 1ª Ley se concluye que: f) $Q_{3 \rightarrow 1} = \Delta U_{3 \rightarrow 1} = 624 \text{ kJ}$

Finalmente, $Q_{neto} = Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{3 \rightarrow 1} = W_{neto}$

$$g) Q_{neto} = (0 - 570 + 624) \text{ kJ} = 54 \text{ kJ} = W_{neto}$$

El rendimiento r de este ciclo es: h) $r = \frac{W_{neto}}{Q_a} = \frac{W_{neto}}{Q_{3 \rightarrow 1}} = \frac{54}{624} = 0.0865 = 8.65\%$



	P/kPa	V/m^3	T/K	$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ	$\Delta S/\text{kJ K}^{-1}$
1	$1a$ 624	4	600				
2	$1e$ 395.58	$1f$ 5.26	500	$1c$ -624	$1b$ 0	$1d$ 624	0
3	$2b$ 520	4	$2a$ 500	0	$2d$ -570	$2d$ -570	$2c$ -1.14
1	$1a$ 624	4	600	$3d$ 624	$3f$ 624	$3e$ 0	$3b$ 1.14
neto				0	54	54	0

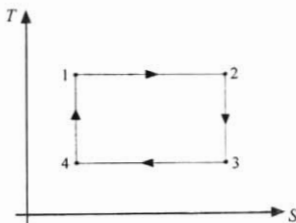
Problema 3.

Un sistema que consta de 2 kg de helio experimenta el ciclo mostrado en el plano ST .

Sabiendo que $V_2 = 2V_1$ y que en la compresión isotérmica el sistema cede 864 kJ de calor,

a) determinar la temperatura mínima que alcanza el sistema.

Considerando que el rendimiento del ciclo es de 50%, calcular: b) la temperatura máxima que alcanza el sistema, c) el calor absorbido por el sistema en la expansión isotérmica y d) el trabajo neto.



Datos: $m = 2$ kg, $R = 2.08$ kJ/kgK, $C_p = 5.20$ kJ/kgK

Solución:

Paso 1.

Como $C_p = C_v + R$, entonces $C_v = C_p - R = 3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$

El proceso (1→2) representa a la expansión isotérmica y puesto que $V_2 = 2V_1$, la variación en la entropía del sistema en este proceso es

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = m C_v \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + m R \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = m R \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = m R \ln \left(\frac{2V_1}{V_1} \right); \text{ así que:}$$

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = m R \ln(2) = (2 \text{ kg}) \left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln(2) = 2.88 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Debido a que los procesos (2→3) y (4→1) son isoentrópicos: $\Delta S_{2 \rightarrow 3} = 0 = \Delta S_{4 \rightarrow 1}$

y como $\Delta S_{\text{neto}} = \Delta S_{1 \rightarrow 2} + \Delta S_{2 \rightarrow 3} + \Delta S_{3 \rightarrow 4} + \Delta S_{4 \rightarrow 1} = 0$, entonces:

$$\Delta S_{3 \rightarrow 4} = \Delta S_{\text{neto}} - (\Delta S_{1 \rightarrow 2} + \Delta S_{2 \rightarrow 3} + \Delta S_{4 \rightarrow 1}) = 0 - (2.88 + 0 + 0) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = -2.88 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

El proceso (3→4) representa a la compresión isotérmica, puesto que $\Delta U_{3\rightarrow 4} = 0$ y de la 1ª Ley resulta que $Q_{3\rightarrow 4} = W_{3\rightarrow 4}$. Además, como la entropía disminuye en este proceso, el calor es negativo y por lo tanto el trabajo también lo es. Así que el calor cedido al que se hace referencia en el enunciado es $Q_{3\rightarrow 4} = -864 \text{ kJ}$.

De la definición de calor, se tiene que $Q_{3\rightarrow 4} = T_3 \int_3^4 dS = T_3 \Delta S_{3\rightarrow 4} = W_{3\rightarrow 4}$; de donde

$$a) \quad T_3 = \frac{W_{3\rightarrow 4}}{\Delta S_{3\rightarrow 4}} = \frac{-864 \text{ kJ}}{-2.88 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}} = 300 \text{ K} = T_4 = T_{\min}$$

que corresponde a la temperatura mínima alcanzada por el sistema en este ciclo.

Paso 2.

De la ecuación del rendimiento

$$r_c = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = 1 - \frac{T_3}{T_2}; \quad \text{así que:} \quad \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = 1 - r_c$$

De donde la temperatura máxima alcanzada por el sistema es:

$$b) \quad T_{\max} = \frac{T_{\min}}{(1 - r_c)} = \frac{300 \text{ K}}{(1 - 0.5)} = 600 \text{ K} = T_1 = T_2$$

De la definición de calor, aplicada al proceso (1→2) se tiene que

$$Q_{1\rightarrow 2} = T_1 \int_1^2 dS = T_1 \Delta S_{1\rightarrow 2} = W_{1\rightarrow 2}$$

por lo que el calor absorbido por el sistema resulta ser igual a:

$$c) \quad Q_{1\rightarrow 2} = (600 \text{ K}) \left(2.88 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \right) = 1728 \text{ kJ} = W_{1\rightarrow 2}$$

Finalmente, dado que en un ciclo la variación neta en energía interna es igual a cero; entonces:

$$d) \quad W_{\text{neto}} = Q_{\text{neto}} = Q_{1\rightarrow 2} + Q_{2\rightarrow 3} + Q_{3\rightarrow 4} + Q_{4\rightarrow 1} = (1728 + 0 - 864 + 0) \text{ kJ} = 864 \text{ kJ}$$

Problema 4.

Un sistema que consta de 2 kg de helio se somete en forma independiente a dos procesos (en ambos casos partiendo el sistema de las mismas condiciones iniciales):

El primer proceso consiste en poner al sistema en contacto térmico (a volumen constante) con un almacén cuya temperatura es tres veces mayor que la temperatura inicial del sistema, hasta que ambos llegan al equilibrio.

El segundo proceso consiste en una expansión libre adiabática del sistema, hasta que su volumen se triplica.

Indicar en cual de los dos procesos se produce:

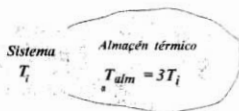
- a) la máxima variación en la entropía del sistema.
- b) la menor variación en la entropía del universo.
- c) ¿Cuál de los dos procesos se desvía menos de un proceso reversible?

Datos: $m = 2$ kg, $R = 2.08$ kJ/kgK, $C_p = 5.20$ kJ/kgK

Con los datos de C_p y R , se obtiene que $C_v = C_p - R = 3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$

Solución:

Primer proceso:



El sistema está inicialmente en un estado caracterizado por las variables (P_i , V_i , T_i), e intercambia energía calorífica con un almacén térmico cuya temperatura es $T_{alm} = 3T_i$, hasta que alcanzan el equilibrio.

De acuerdo con la Ley Cero de la Termodinámica cuando el sistema y el almacén lleguen al equilibrio deberán alcanzar el mismo valor de temperatura; como el almacén térmico intercambia calor sin modificar su temperatura, entonces la temperatura final de equilibrio coincide con la del almacén; esto es $T_f = T_{alm} = 3T_i$.

De la ecuación de estado de gas ideal, la presión final del sistema está dada como,

$$P_f = \frac{mRT_f}{V_f} = \frac{mR(3T_i)}{V_i} = 3 \left(\frac{mRT_i}{V_i} \right) = 3P_i$$

El estado final del sistema es: $(P_f, V_f, T_f) = (3P_i, V_i, 3T_i)$.

Determinamos ahora la variación en la entropía del sistema:

$$\Delta S_{i \rightarrow f}(\text{sist}) = mC_V \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) + mR \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) = mC_V \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) = mC_V \ln\left(\frac{3T_i}{T_i}\right)$$

$$\Delta S_{i \rightarrow f}(\text{sist}) = mC_V \ln(3) = (2 \text{ kg}) \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln(3) = 6.85 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

$$\Delta S_{i \rightarrow f}(\text{alred}) = \Delta S_{i \rightarrow f}(\text{alm})$$

$$\text{y } \Delta S_{i \rightarrow f}(\text{alm}) = \frac{Q_{\text{alm}}}{T_{\text{alm}}} = \frac{-Q_{\text{sist}}}{T_{\text{alm}}} = \frac{-\Delta U_{\text{sist}}}{T_{\text{alm}}} = \frac{-mC_V \Delta T}{T_{\text{alm}}} = \frac{-mC_V (T_f - T_i)}{T_{\text{alm}}}$$

$$\Delta S_{i \rightarrow f}(\text{alred}) = \frac{-mC_V (3T_i - T_i)}{3T_i} = \frac{-mC_V (2T_i)}{3T_i}$$

$$\Delta S_{i \rightarrow f}(\text{alred}) = \frac{-2mC_V}{3} = \frac{-2(2 \text{ kg}) \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right)}{3} = -4.16 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

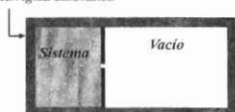
Para este primer proceso: $\Delta S_{i \rightarrow f}(\text{univ}) = \Delta S_{i \rightarrow f}(\text{sist}) + \Delta S_{i \rightarrow f}(\text{alred})$; esto es que

$$\Delta S_{i \rightarrow f}(\text{univ}) = (6.85 - 4.16) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 2.69 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

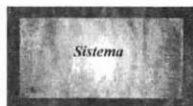
El que $\Delta S_{i \rightarrow f}(\text{univ})$ sea una cantidad positiva implica que el primer proceso es irreversible.

Segundo proceso:

Pared rígida adiabática



Estado inicial
 P_i, V_i, T_i



Estado final
 P_f, V_f, T_f

Partiendo el sistema del estado inicial (P_i, V_i, T_i) , experimenta una expansión libre adiabática, hasta que $V_f = 3V_i$. En este proceso la temperatura del sistema permanece constante $T_f = T_i$; así que de la ecuación de estado calculamos:

$$P_f = \frac{mRT_f}{V_f} = \frac{mRT_i}{3V_i} = \frac{1}{3} \left(\frac{mRT_i}{V_i} \right) = \frac{P_i}{3}$$

$$\text{El estado final del sistema es: } (P_f, V_f, T_f) = \left(\frac{P_i}{3}, 3V_i, T_i \right).$$

Para este proceso resulta que:

$$\Delta S_{i \rightarrow f} (sist) = mC_V \ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right) + mR \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right) = mR \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right) = mR \ln \left(\frac{3V_i}{V_i} \right)$$

$$\Delta S_{i \rightarrow f} (sist) = mR \ln(3) = (2 \text{ kg}) \left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln(3) = 4.57 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

y como $\Delta S_{i \rightarrow f} (alred) = 0$, entonces

$$\Delta S_{i \rightarrow f} (univ) = \Delta S_{i \rightarrow f} (sist) + \Delta S_{i \rightarrow f} (alred) = (4.57 + 0) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 4.57 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Como el valor de $\Delta S_{i \rightarrow f} (univ)$ es positivo, entonces se concluye que el segundo proceso es irreversible.

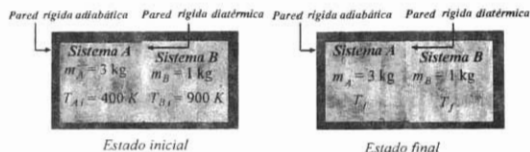
De los valores numéricos determinados contestamos a las preguntas formuladas en el enunciado del problema.

- la máxima variación en la entropía del sistema se produce en el primer proceso.
- la menor variación en la entropía del universo se produce para el primer proceso.
- ambos procesos son irreversibles pero el primero se desvía menos de uno reversible, ya que el cambio en la entropía del universo para este proceso está más cercano a cero.

Problema 5.

Los sistemas A y B constituidos por helio e ilustrados en la Figura, intercambian calor hasta que alcanzan el equilibrio.

Indicar mediante cálculos si el proceso es reversible o irreversible.



Datos: $R = 2.08 \text{ kJ/kgK}$, $C_p = 5.20 \text{ kJ/kgK}$

Solución:

Con los datos de C_p y R , se obtiene: $C_v = C_p - R = 3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$

Paso 1.

De acuerdo con la ley Cero de la Termodinámica cuando los sistemas A y B alcancen el equilibrio térmico, la temperatura final de ambos debe ser igual. Sea $T_{Af} = T_{Bf} = T_f$ la temperatura final de equilibrio, la cual se determina de la siguiente manera:

Dado que los sistemas A y B están contenidos en un recipiente de paredes rígidas adiabáticas, entonces no tienen interacción mecánica ni térmica con los alrededores, por lo que: $\Delta U = (\Delta U_A + \Delta U_B) = Q - W = 0$; de donde $\Delta U_A = -\Delta U_B$, es decir que

$m_A C_{vA} (T_f - T_{Ai}) = -m_B C_{vB} (T_f - T_{Bi})$; pero como se trata del mismo gas, $C_{vA} = C_{vB} = C_v$;

entonces: $m_A (T_f - T_{Ai}) = -m_B (T_f - T_{Bi})$; ecuación de la cual despejamos a T_f .

$T_f (m_A + m_B) = (m_A T_{Ai} + m_B T_{Bi})$, de donde la temperatura final de equilibrio para ambos sistemas es:

$$T_f = \frac{m_A T_{Ai} + m_B T_{Bi}}{m_A + m_B} = \frac{[(3)(400) + (1)(900)] \text{ kgK}}{(3+1) \text{ kg}} = 525 \text{ K}$$

Paso 2.

Los sistemas A y B están separados por una pared rígida diatérmica por lo que sólo interactúan térmicamente, manteniéndose constante su respectivo volumen; de aquí que la variación total en la entropía del universo para el sistema completo formado por A y B es igual a:

$\Delta S_{\rightarrow f}(\text{univ}) = (\Delta S_A + \Delta S_B) + \Delta S_{\rightarrow f}(\text{alred})$; pero $\Delta S_{\rightarrow f}(\text{alred}) = 0$ porque A y B no tienen ningún tipo de interacción con el exterior, luego entonces:

$$\Delta S_{i \rightarrow f}(univ) = \Delta S_A + \Delta S_B ;$$

en donde

$$\Delta S_A = m_A C_{V_A} \ln \left(\frac{T_f}{T_{Ai}} \right) + m_A R_A \ln \left(\frac{V_{Af}}{V_{Ai}} \right) = m_A C_V \ln \left(\frac{T_f}{T_{Ai}} \right)$$

y

$$\Delta S_B = m_B C_{V_B} \ln \left(\frac{T_f}{T_{Bi}} \right) + m_B R_B \ln \left(\frac{V_{Bf}}{V_{Bi}} \right) = m_B C_V \ln \left(\frac{T_f}{T_{Bi}} \right);$$

por lo tanto

$$\Delta S_{i \rightarrow f}(univ) = C_V \left[m_A \ln \left(\frac{T_f}{T_{Ai}} \right) + m_B \ln \left(\frac{T_f}{T_{Bi}} \right) \right]$$

$$\Delta S_{i \rightarrow f}(univ) = \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \left[(3) \ln \left(\frac{525}{400} \right) + (1) \ln \left(\frac{525}{900} \right) \right] (\text{kg}) = 0.86 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Finalmente, como $\Delta S_{i \rightarrow f}(univ)$ es una cantidad positiva se concluye que el *proceso* es *irreversible*.

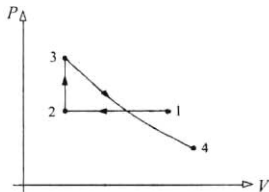
Problema 1.

Un gas ideal ($C_v' = 6 \text{ kJ/K}$) efectúa los cambios ilustrados en el plano VP .

Sabiendo que $T_2 = 300 \text{ K}$ y que en la compresión isobárica la energía del sistema disminuye en 1800 kJ, a) determinar la temperatura inicial del sistema.

Si $T_3 = 450 \text{ K}$, calcular: b) el calor absorbido por el sistema durante el proceso isocórico, c) la variación total en la energía interna.

Si en la expansión isotérmica el sistema absorbe 600 kJ de calor y sabiendo que el trabajo total realizado por los alrededores sobre el sistema es de 600 kJ; determinar: d) el calor cedido en la compresión isobárica, e) el calor total.



Datos: ($C_v' = 6 \text{ kJ/K}$)

Solución:**Paso 1.**

El diagrama muestra que el proceso (1→2) representa a la compresión isobárica en la que se sabe que la energía interna del sistema disminuye en 1800 kJ; esto es que:

$\Delta U_{1 \rightarrow 2} = -1800 \text{ kJ}$ y dado que: $\Delta U_{1 \rightarrow 2} = C_v' (T_2 - T_1)$, entonces la temperatura inicial T_1 del sistema es:

$$a) \quad T_1 = T_2 - \frac{\Delta U_{1 \rightarrow 2}}{C_v'} = (300 \text{ K}) - \frac{(-1800 \text{ kJ})}{\left(6 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}\right)} = 600 \text{ K}$$

El proceso (2→3) es un proceso isocórico, en el que la temperatura aumenta hasta el valor $T_3 = 450 \text{ K}$; para este proceso $W_{2 \rightarrow 3} = 0$

De la ecuación de la 1ª Ley $\Delta U_{2 \rightarrow 3} = Q_{2 \rightarrow 3} - W_{2 \rightarrow 3}$, resulta que el calor absorbido por el sistema durante este proceso está dado por:

$$b) \quad Q_{2 \rightarrow 3} = \Delta U_{2 \rightarrow 3} = C_v' (T_3 - T_2) = \left(6 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}\right) (450 - 300) \text{ K} = 900 \text{ kJ}$$

El proceso (3→4) consiste en una expansión isotérmica, lo que significa que: $T_4 = T_3 = 450 \text{ K}$ y $\Delta U_{3 \rightarrow 4} = 0$; por lo tanto, la variación total en la energía interna del sistema se obtiene como:

$$c) \quad \Delta U_{\text{total}} = \Delta U_{1 \rightarrow 4} = \Delta U_{1 \rightarrow 2} + \Delta U_{2 \rightarrow 3} + \Delta U_{3 \rightarrow 4} = (-1800 + 900 + 0) \text{ kJ} = -900 \text{ kJ}$$

Paso 2.

Se sabe que en la expansión isotérmica el sistema absorbe 600 kJ de calor; esto es que $Q_{3 \rightarrow 4} = 600 \text{ kJ}$ y de 1ª Ley se tiene que $\Delta U_{3 \rightarrow 4} = Q_{3 \rightarrow 4} - W_{3 \rightarrow 4} = 0$; entonces $W_{3 \rightarrow 4} = Q_{3 \rightarrow 4} = 600 \text{ kJ}$.

Se sabe que el trabajo total realizado por los alrededores sobre el sistema es de 600 kJ, esto significa que $W_{\text{total}} = W_{1 \rightarrow 4} = -600 \text{ kJ}$.

Dado que $W_{\text{total}} = W_{1 \rightarrow 2} + W_{2 \rightarrow 3} + W_{3 \rightarrow 4}$, entonces

$$W_{1 \rightarrow 2} = W_{\text{total}} - (W_{2 \rightarrow 3} + W_{3 \rightarrow 4}) = (-600 \text{ kJ}) - (0 + 600) \text{ kJ} = -1200 \text{ kJ}$$

Aplicando la ecuación de la 1ª Ley al proceso (1→2): $\Delta U_{1 \rightarrow 2} = Q_{1 \rightarrow 2} - W_{1 \rightarrow 2}$, resulta que el calor cedido en la compresión isobárica es

$$d) \quad Q_{1 \rightarrow 2} = \Delta U_{1 \rightarrow 2} + W_{1 \rightarrow 2} = (-1800 - 1200) \text{ kJ} = -3000 \text{ kJ}$$

Finalmente el calor total intercambiado entre el sistema y los alrededores se obtiene como:

$$e) \quad Q_{\text{total}} = Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{3 \rightarrow 4} = (-3000 + 900 + 600) \text{ kJ} = -1500 \text{ kJ}$$

En la Tabla adjunta se presentan los valores numéricos de: la temperatura en cada estado, del cambio en la energía interna, el calor y el trabajo intercambiados entre el sistema y los alrededores durante cada proceso, así como los correspondientes valores totales.

T/K				
<i>a</i>		$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ
600	1	-1800	<i>d</i> -3000	-1200
300	2	900	<i>b</i> 900	0
450	3	0	600	600
450	4			
1→4		<i>c</i> -900	<i>e</i> -1500	-600

Problema 2.

Un sistema que consta de 2 kg de helio inicialmente a 728 kPa y 4 m³ experimenta los cambios siguientes: expansión isotérmica, duplicándose su volumen; a continuación realiza una compresión isobárica; regresa al estado inicial en forma isocórica.

a) Esbozar el diagrama del ciclo en los planos VP y ST , b) llenar la tabla, c) calcular el rendimiento r del ciclo.

	P kPa	V m ³	T K	ΔU kJ	Q kJ	W kJ	ΔS kJ/K
1							
2							
3							
1							
neto							

Datos: $m = 2$ kg, $C_p = 5.20$ kJ/kgK, $C_v = 3.12$ kJ/kgK

Solución:

Paso 1.

Como $C_p = C_v + R$, entonces $R = C_p - C_v = 2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$

De la ecuación de estado de gas ideal, $PV = mRT$ se obtiene

$$a) \quad T_1 = \frac{P_1 V_1}{mR} = \frac{\left(728 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}\right)(4 \text{ m}^3)}{(2 \text{ kg})\left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}\right)} = 700 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 700 \text{ K}$$

El sistema pasa del estado 1 al 2 mediante una expansión isotérmica, duplicándose su volumen; luego entonces

$$b) \quad V_2 = 2V_1 = 8 \text{ m}^3 \quad \text{y} \quad c) \quad T_2 = T_1 = 700 \text{ K}$$

De la ecuación de procesos politrópicos $P_1 V_1^\kappa = P_2 V_2^\kappa$, con $\kappa = 1$, esto es $P_2 V_2 = P_1 V_1$ determinamos:

$$d) \quad P_2 = \frac{P_1 V_1}{V_2} = \frac{\left(728 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}\right)(4 \text{ m}^3)}{(8 \text{ m}^3)} = 364 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} = 364 \text{ kPa}$$

Conocidos los estados 1 y 2 determinamos la variación en la entropía:

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = mC_v \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + mR \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = mR \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$e) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 2} = (2 \text{ kg}) \left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln\left(\frac{8}{4}\right) = 2.88 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

De la definición de calor: $Q_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 T dS = T_1 \int_1^2 dS = T_1 \Delta S_{1 \rightarrow 2}$, entonces

$$f) \quad Q_{1 \rightarrow 2} = (700 \text{ K}) \left(2.88 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \right) = 2016 \text{ kJ}$$

Además g) $\Delta U_{1 \rightarrow 2} = Q_{1 \rightarrow 2} - W_{1 \rightarrow 2} = 0$, por lo que

$$h) \quad W_{1 \rightarrow 2} = Q_{1 \rightarrow 2} = 2016 \text{ kJ}$$

Paso 2.

Dado que el proceso (2→3) es isobárico, entonces a) $P_3 = P_2 = 364 \text{ kPa}$

y como el sistema regresa al estado inicial en forma isocórica: b) $V_3 = V_1 = 4 \text{ m}^3$

por lo que de la ecuación de estado de gas ideal $PV = mRT$ resulta,

$$c) \quad T_3 = \frac{P_3 V_3}{mR} = \frac{\left(364 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} \right) (4 \text{ m}^3)}{(2 \text{ kg}) \left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right)} = 350 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 350 \text{ K}$$

La variación en la energía interna para el proceso (2→3) es:

$$d) \quad \Delta U_{2 \rightarrow 3} = mC_v (T_3 - T_2) = (2 \text{ kg}) \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (350 - 700) \text{ K} = -2184 \text{ kJ}$$

De la definición de trabajo $W_{2 \rightarrow 3} = \int_2^3 P dV = \int_2^3 mR dT$, se tiene que:

$$W_{2 \rightarrow 3} = P_2 \Delta V_{2 \rightarrow 3} = mR \Delta T_{2 \rightarrow 3}, \text{ esto es}$$

$$e) \quad W_{2 \rightarrow 3} = mR(T_3 - T_2) = (2 \text{ kg}) \left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (350 - 700) \text{ K} = -1456 \text{ kJ}$$

De la ecuación de 1ª Ley $\Delta U_{2 \rightarrow 3} = Q_{2 \rightarrow 3} - W_{2 \rightarrow 3}$, se tiene

$$f) \quad Q_{2 \rightarrow 3} = \Delta U_{2 \rightarrow 3} + W_{2 \rightarrow 3} = (-2184 - 1456) \text{ kJ} = -3640 \text{ kJ}$$

La variación en entropía del sistema en el proceso (2→3) está dada como:

$$\Delta S_{2 \rightarrow 3} = mC_p \ln \left(\frac{T_3}{T_2} \right) - mR \ln \left(\frac{P_3}{P_2} \right) = mC_p \ln \left(\frac{T_3}{T_2} \right),$$

$$g) \quad \Delta S_{2 \rightarrow 3} = (2 \text{ kg}) \left(5.20 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln \left(\frac{350}{700} \right) = -7.21 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Paso 3.

Como el sistema realiza un ciclo, entonces: a) $\Delta U_{\text{neto}} = 0$,

Además $\Delta U_{\text{neto}} = \Delta U_{1 \rightarrow 2} + \Delta U_{2 \rightarrow 3} + \Delta U_{3 \rightarrow 1} = 0$, por lo que:

$$b) \quad \Delta U_{3 \rightarrow 1} = \Delta U_{\text{neto}} - (\Delta U_{1 \rightarrow 2} + \Delta U_{2 \rightarrow 3}) = 0 - (0 - 2184) \text{ kJ} = 2184 \text{ kJ}$$

El proceso (3→1) ocurre a volumen constante, así que c) $W_{3 \rightarrow 1} = 0$, y de la ecuación de 1ª Ley $\Delta U_{3 \rightarrow 1} = Q_{3 \rightarrow 1} - W_{3 \rightarrow 1}$, resulta que

$$d) \quad Q_{3 \rightarrow 1} = \Delta U_{3 \rightarrow 1} = 2184 \text{ kJ}$$

Como e) $\Delta S_{\text{neto}} = 0$, y además $\Delta S_{\text{neto}} = \Delta S_{1 \rightarrow 2} + \Delta S_{2 \rightarrow 3} + \Delta S_{3 \rightarrow 1}$, entonces:

$$f) \Delta S_{3 \rightarrow 1} = \Delta S_{\text{neto}} - (\Delta S_{1 \rightarrow 2} + \Delta S_{2 \rightarrow 3}) = 0 - (2.88 - 7.21) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 4.33 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Paso 4.

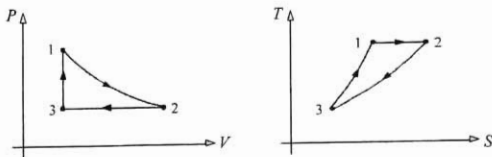
Finalmente, calculamos el trabajo neto, que es igual al calor neto mediante la suma de los trabajos (calores) en cada proceso

$$W_{\text{neto}} = W_{1 \rightarrow 2} + W_{2 \rightarrow 3} + W_{3 \rightarrow 1} = Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{3 \rightarrow 1} = Q_{\text{neto}}$$

$$a) W_{\text{neto}} = (2016 - 1456 + 0) \text{ kJ} = 560 \text{ kJ} = Q_{\text{neto}}$$

El rendimiento r del ciclo se obtiene como:

$$b) r = \frac{W}{Q_a} = 1 - \frac{Q_c}{Q_a} = 1 - \frac{Q_{2 \rightarrow 3}}{(Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{3 \rightarrow 1})} = 1 - \frac{3640}{(2016 + 2184)} = 0.1333 = 13.33\%$$

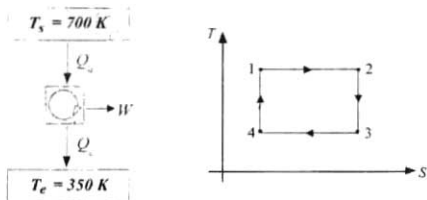


	P/kPa	V/m^3	T/K	$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ	$\Delta S/\text{kJ}^{-1}$
1	728	4	700	$1g$ 0	$1f$ 2016	$1h$ 2016	$1e$ 2.88
2	$1d$ 364	$1b$ 8	$1c$ 700	$2d$ 2184	$2f$ -3640	$2e$ -1456	$2g$ -7.21
3	$2a$ 364	$2b$ 4	$2c$ 350	$3b$ 2184	$3d$ 2184	$3c$ 0	$3f$ 4.33
1	728	4	$1a$ 700				
neto				$3a$ 0	$4a$ 560	$4a$ 560	$3e$ 0

Problema 3.

Una máquina térmica opera bajo el ciclo de Carnot entre dos almacenes a las temperaturas de 427°C y 77°C respectivamente.

Considerando que en la compresión isotérmica la entropía del sistema disminuye en 3 kJ/K ; determinar: a) la variación en la entropía del sistema debida a la expansión a temperatura constante, b) el calor cedido por el almacén a 427°C , c) el calor cedido por el sistema al almacén a menor temperatura, d) el trabajo neto realizado por el sistema y e) el rendimiento r_C del ciclo.



Datos: $T_s = (427 + 273) \text{ K} = 700 \text{ K}$, $T_e = (77 + 273) \text{ K} = 350 \text{ K}$

Solución:

Paso 1.

Se sabe que en la compresión isotérmica (proceso $3 \rightarrow 4$) la entropía disminuye en 3 kJ/K , esto es $\Delta S_{3 \rightarrow 4} = -3 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$ y como $\Delta S_{2 \rightarrow 3} = \Delta S_{4 \rightarrow 1} = 0$, luego entonces $\Delta S_{1 \rightarrow 2} = 3 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$; porque $\Delta S_{\text{neto}} = 0$.

La expansión isotérmica está representada por el proceso ($1 \rightarrow 2$), así que

a) $\Delta S_{1 \rightarrow 2} = 3 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$ es la variación en la entropía del sistema debida a la expansión a temperatura constante.

Como en este proceso $\Delta U_{1 \rightarrow 2} = Q_{1 \rightarrow 2} - W_{1 \rightarrow 2} = 0$, entonces $Q_{1 \rightarrow 2} = W_{1 \rightarrow 2}$; pero el sistema recibe calor del almacén a temperatura alta para que se desarrolle el proceso de expansión isotérmica. entonces: $T_1 = T_2 = T_s = 700 \text{ K}$

De la definición de calor $Q_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 T dS = T_1 \int_1^2 dS = T_1 \Delta S_{1 \rightarrow 2}$ resulta que

$Q_{1\rightarrow 2} = T_1 \Delta S_{1\rightarrow 2} = (700 \text{ K}) \left(3 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \right) = 2100 \text{ kJ}$, pero este calor absorbido por el sistema es igual al calor cedido por el almacén térmico a temperatura alta, así que este último resulta ser:

b) $Q_e = -2100 \text{ kJ}$

Paso 2.

El sistema cede calor durante la compresión isotérmica (3→4), a la temperatura $T_3 = T_4$ que coincide con la temperatura del almacén a temperatura baja, T_c .

Para este proceso se tiene que $\Delta S_{3\rightarrow 4} = -3 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$; por lo que el calor cedido se obtiene como

c) $Q_{3\rightarrow 4} = \int_3^4 T dS = T_3 \int_3^4 dS = T_3 \Delta S_{3\rightarrow 4} = (350 \text{ K}) \left(-3 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \right) = -1050 \text{ kJ}$

ése es el calor cedido por el sistema al almacén a temperatura baja.

Como el sistema opera cíclicamente, entonces $\Delta U_{\text{neto}} = 0$; y

d) $Q_{\text{neto}} = Q_{1\rightarrow 2} + Q_{3\rightarrow 4} = (2100 - 1050) \text{ kJ} = 1050 \text{ kJ} = W_{\text{neto}}$

Finalmente, dado que la máquina opera bajo el ciclo de Carnot, el rendimiento del ciclo está dado como

e) $r_c = 1 - \frac{T_c}{T_s} = 1 - \frac{350}{700} = 0.5 = 50\%$

Problema 4.

Un sistema que consta de 2 kg de helio experimenta los siguientes cambios: pasa del estado 1 al 2 mediante una expansión libre adiabática, hasta que su volumen se duplica; llega al estado 3 al ponerse en contacto térmico (a volumen constante) con un almacén, hasta que al llegar al equilibrio su presión se ha triplicado; finalmente, para llegar al estado 4 ocurre una expansión isotérmica reversible, duplicándose su volumen.

- a) Para cada uno de los cambios descritos, indicar si son reversibles, irreversibles o imposibles.
b) Determinar la variación total en la entropía del universo debida a los tres procesos.

Datos: $m = 2 \text{ kg}$, $C_p = 5.20 \text{ kJ/kgK}$, $C_v = 3.12 \text{ kJ/kgK}$

Solución:

Como $C_p = C_v + R$, entonces $R = C_p - C_v = 2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$

El estado inicial del sistema está caracterizado por las variables (P_1, V_1, T_1) .

Estando el sistema en el estado inicial 1, pasa al estado 2 mediante una expansión libre adiabática, duplicándose su volumen; lo cual significa que:

$$a) \quad V_2 = 2V_1, \quad b) \quad T_2 = T_1, \quad c) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{alred}) = 0$$

De la ecuación de estado de gas ideal, determinamos

$$d) \quad P_2 = \frac{mRT_2}{V_2} = \frac{mRT_1}{2V_1} = \frac{1}{2} \left(\frac{mRT_1}{V_1} \right) = \frac{P_1}{2}$$

El estado 2 queda caracterizado por: $(P_2, V_2, T_2) = \left(\frac{P_1}{2}, 2V_1, T_1 \right)$

Conocidos los estado 1 y 2, la variación en la entropía del sistema para este proceso la calculamos como

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{sist}) = mC_v \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + mR \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = mR \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = mR \ln \left(\frac{2V_1}{V_1} \right)$$

$$e) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{sist}) = mR \ln(2) = (2 \text{ kg}) \left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln(2) = 2.88 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Como $\Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{univ}) = \Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{sist}) + \Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{alred})$; entonces

$$f) \Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{univ}) = (2.88 + 0) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 2.88 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Dado que para este proceso la entropía del universo aumenta, se concluye que:

g) el proceso (1→2) es *irreversible*.

Paso 2.

El sistema pasa del estado 2 a 3 intercambiando energía calorífica (manteniendo constante su volumen) con un almacén térmico hasta que al llegar al equilibrio su presión se ha triplicado; esto es que

$$a) P_3 = 3P_2 = 3\left(\frac{P_1}{2}\right) = \frac{3P_1}{2}, \quad b) V_3 = V_2 = 2V_1$$

Determinamos la temperatura en el estado 3 a través de la ecuación de estado:

$$c) T_3 = \frac{P_3 V_3}{mR} = \frac{\left(\frac{3P_1}{2}\right)(2V_1)}{mR} = 3\left(\frac{P_1 V_1}{mR}\right) = 3T_1; \quad \text{además } T_3 = 3T_1 = T_{alm}$$

El estado 3 queda caracterizado por: $(P_3, V_3, T_3) = \left(\frac{3P_1}{2}, 2V_1, 3T_1\right)$

La variación en la entropía del sistema para este proceso la calculamos como

$$\Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{sist}) = mC_V \ln\left(\frac{T_3}{T_2}\right) + mR \ln\left(\frac{V_3}{V_2}\right) = mC_V \ln\left(\frac{T_3}{T_2}\right) = mC_V \ln\left(\frac{3T_1}{T_1}\right)$$

$$d) \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{sist}) = mC_V \ln(3) = (2 \text{ kg})\left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}\right) \ln(3) = 6.85 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

La variación en la entropía de los alrededores para este proceso la calculamos como

$$\Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{alred}) = \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{alm term})$$

$$y \quad \Delta S(\text{alm term}) = \frac{Q_{alm}}{T_{alm}} = \frac{-Q_{sist}}{T_{alm}} = \frac{-\Delta U_{sist}}{T_{alm}} = \frac{-mC_V \Delta T}{T_{alm}}$$

$$\Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{alred}) = \frac{-mC_V(T_3 - T_2)}{T_{alm}} = \frac{-mC_V(3T_1 - T_1)}{3T_1} = \frac{-2mC_V}{3}$$

$$e) \quad \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{alred}) = \frac{-2(2 \text{ kg})\left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}\right)}{3} = -4.16 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Para este proceso; $\Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{univ}) = \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{sist}) + \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{alred})$

$$f) \quad \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{univ}) = (6.85 - 4.16) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 2.69 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Como $\Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{univ})$ es una cantidad positiva, se concluye que

g) el proceso (2→3) es irreversible.

Paso 3.

El sistema pasa del estado 3 al 4 mediante una expansión isotérmica reversible, duplicándose su volumen; lo cual significa:

$$a) \quad V_4 = 2V_3 = 4V_1, \quad b) \quad T_4 = T_3 = 3T_1, \quad c) \quad \Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{univ}) = 0$$

De la ecuación de estado de gas ideal, obtenemos la presión en el estado 4

$$d) \quad P_4 = \frac{mRT_4}{V_4} = \frac{mR(3T_1)}{4V_1} = \frac{3}{4} \left(\frac{mRT_1}{V_1} \right) = \frac{3P_1}{4}$$

El estado 4 queda caracterizado por: $(P_4, V_4, T_4) = \left(\frac{3P_1}{4}, 4V_1, 3T_1 \right)$

La variación en la entropía del sistema para este proceso la calculamos como

$$\Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{sist}) = mC_P \ln \left(\frac{T_4}{T_3} \right) - mR \ln \left(\frac{P_4}{P_3} \right) = -mR \ln \left(\frac{P_4}{P_3} \right)$$

$$\Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{sist}) = -mR \ln \left(\frac{\frac{3P_1}{4}}{\frac{3P_1}{2}} \right) = -mR \ln \left(\frac{6P_1}{12P_1} \right) = -mR \ln \left(\frac{1}{2} \right)$$

$$e) \Delta S_{1 \rightarrow 4} (sist) = - \left(2 \text{ kg} \right) \left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln \left(\frac{1}{2} \right) = 2.88 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Dado que $\Delta S_{3 \rightarrow 4} (univ) = \Delta S_{3 \rightarrow 4} (sist) + \Delta S_{3 \rightarrow 4} (alred) = 0$; entonces:

$$f) \Delta S_{3 \rightarrow 4} (alred) = - \Delta S_{3 \rightarrow 4} (sist) = - \left(2.88 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \right) = - 2.88 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Finalmente, la variación total en la entropía: del sistema, los alrededores y del universo debida a los tres procesos es, respectivamente:

$$\Delta S_{1 \rightarrow 4} (sist) = \Delta S_{1 \rightarrow 2} (sist) + \Delta S_{2 \rightarrow 3} (sist) + \Delta S_{3 \rightarrow 4} (sist)$$

$$g) \Delta S_{1 \rightarrow 4} (sist) = (2.88 + 6.85 + 2.88) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 12.61 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

$$\Delta S_{1 \rightarrow 4} (alred) = \Delta S_{1 \rightarrow 2} (alred) + \Delta S_{2 \rightarrow 3} (alred) + \Delta S_{3 \rightarrow 4} (alred)$$

$$h) \Delta S_{1 \rightarrow 4} (alred) = (0 - 4.16 - 2.88) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = - 7.04 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

$$\Delta S_{1 \rightarrow 4} (univ) = \Delta S_{1 \rightarrow 2} (univ) + \Delta S_{2 \rightarrow 3} (univ) + \Delta S_{3 \rightarrow 4} (univ)$$

$$i) \Delta S_{1 \rightarrow 4} (univ) = (2.88 + 2.69 + 0) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 5.57 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

	P/kPa	V/m^3	T/K	$\Delta S/\text{kJK}^{-1}$			
				Sistema	Alrededores	Universo	Tipo de Proceso
1	P_1	V_1	T_1	1e 2.88	1c 0	1f 2.88	1g irreversible
2	1d $\frac{1}{2} P_1$	1a $2V_1$	1b T_1	2d 6.85	2c -4.16	2f 2.69	2g irreversible
3	2a $\frac{3}{2} P_1$	2b $2V_1$	2c $3T_1$	3e 2.88	3f -2.88	3c 0	reversible
4	3d $\frac{3}{4} P_1$	3a $4V_1$	3b $3T_1$	3g 12.61	3h -7.04	3i 5.57	
1 → 4							

Problema 5.

Una máquina térmica opera entre dos almacenes a las temperaturas de 602°C y 77°C respectivamente.

a) Determinar el rendimiento máximo, indicando en que caso se obtiene éste.

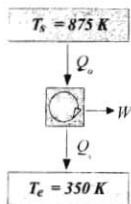
Si el calor absorbido por el sistema es de 800 kJ, determinar b) la mínima cantidad de calor que deberá cederse al almacén a menor temperatura de forma tal que la máquina opere reversiblemente, c) calcular el trabajo neto.

Si el rendimiento es de 40 % y el sistema cede 540 kJ de calor; determinar: d) el calor absorbido, e) el trabajo neto, f) indicar si la máquina es posible (reversible ó irreversible) ó imposible.

Finalmente, considerando que el sistema absorbe 800 kJ de calor, g) demuestre, mediante cálculos de entropía, por qué es imposible que el rendimiento sea del 75 %.

Datos generales: $T_s = (602 + 273) \text{ K} = 875 \text{ K}$, $T_e = (77 + 273) \text{ K} = 350 \text{ K}$

Solución:



Datos: $T_s = 875 \text{ K}$, $T_e = 350 \text{ K}$

El rendimiento máximo se obtiene cuando la máquina opera bajo el ciclo de Carnot, esto es en forma posible reversible. Este rendimiento máximo está dado por:

$$a) \quad r_{\max} = r_c = 1 - \frac{T_e}{T_s} = 1 - \frac{350}{875} = 0.6 = 60\%$$

La variación en la entropía del universo está dada como: $\Delta S_{\text{univ}} = \Delta S_{\text{usu}} + \Delta S_{\text{alred}}$

En donde $\Delta S_{\text{usu}} = 0$ porque el sistema opera ciclicamente, y

$$\Delta S_{\text{alred}} = \Delta S_{\text{alm } T_s} + \Delta S_{\text{alm } T_e} = -\frac{Q_a}{T_s} + \frac{Q_e}{T_e}; \text{ de aquí que: } \Delta S_{\text{univ}} = 0 - \frac{Q_a}{T_s} + \frac{Q_e}{T_e}$$

$$\Delta S_{afred} = \Delta S_{alm\ T_s} + \Delta S_{alm\ T_c} = -\frac{Q_a}{T_s} + \frac{Q_c}{T_c} ; \text{ de aqui que: } \Delta S_{univ} = 0 - \frac{Q_a}{T_s} + \frac{Q_c}{T_c}$$

$$\Delta S_{univ} = \left(-\frac{800\text{ kJ}}{875\text{ K}} + \frac{200\text{ kJ}}{350\text{ K}} \right) = (-0.91 + 0.57) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = -0.34 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

y como ΔS_{univ} es negativa, concluimos que la máquina térmica es:

g) *imposible*

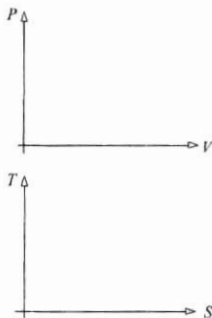
Esta conclusión se refuerza comparando el rendimiento propuesto con el rendimiento máximo que es de 60% ; como $r > r_{max}$ la máquina térmica propuesta en este inciso es *imposible*.

Problema 1.

Un gas ideal experimenta un ciclo caracterizado por los siguientes cambios:

Cambio	κ	Condiciones
1 \rightarrow 2	∞	$\Delta U > 0$
2 \rightarrow 3	1	$W > 0$
3 \rightarrow 4	0	$Q < 0$
4 \rightarrow 1	C_P/C_V	

a) Esbozar el diagrama del ciclo en los planos VP y ST , b) escribir el signo correspondiente ($>$, $=$, $<$) entre cada par de relaciones a la derecha de los diagramas.



<input type="text"/>	$Q_{1\rightarrow 2}$	0	<input type="text"/>	S_4	S_1
<input type="text"/>	$\Delta U_{2\rightarrow 3}$	0	<input type="text"/>	V_1	V_3
<input type="text"/>	$W_{3\rightarrow 4}$	0	<input type="text"/>	S_4	S_3
<input type="text"/>	$Q_{4\rightarrow 1}$	0	<input type="text"/>	P_4	P_1
<input type="text"/>	U_4	U_3	<input type="text"/>	T_2	T_1

Solución:

Para dar respuesta a este problema, detallamos a continuación las características de los cuatro procesos a los que se somete este gas ideal.

Paso 1.

Proceso (1 \rightarrow 2): Como $\kappa_{1\rightarrow 2} = \infty$, se trata de un proceso isocórico, esto es:

a) $V_2 = V_1$, b) $W_{1\rightarrow 2} = 0$

Dado que $\Delta U_{1\rightarrow 2} > 0$, entonces c) $T_2 > T_1$

En el plano VP la curva correspondiente es una recta paralela al eje de la presión, en la que dado que la temperatura aumenta, la presión debe aumentar también; así que:

$$d) P_2 > P_1$$

De la ecuación de 1ª Ley $\Delta U_{1 \rightarrow 2} = Q_{1 \rightarrow 2} - W_{1 \rightarrow 2}$ se tiene que $Q_{1 \rightarrow 2} = \Delta U_{1 \rightarrow 2}$

Como $\Delta U_{1 \rightarrow 2} > 0$, entonces e) $Q_{1 \rightarrow 2} > 0$.

Que el calor sea positivo significa que la entropía del sistema aumenta, dado que en el plano ST el calor es igual al área bajo la curva, por lo tanto

$$f) S_2 > S_1$$

Finalmente, este proceso se representa en el plano ST por medio de una curva de pendiente positiva, en la que se muestra que al aumentar la entropía, la temperatura también aumenta.

Paso 2.

Proceso (2 \rightarrow 3): Como $\kappa_{2 \rightarrow 3} = 1$, el proceso es isotérmico, lo que significa que

$$a) T_3 = T_2, \quad b) \Delta U_{2 \rightarrow 3} = 0$$

Como $W_{2 \rightarrow 3} > 0$, entonces c) $V_3 > V_2$

La curva correspondiente en el plano VP es una curva tipo hipérbola en la que al aumentar el volumen, disminuye la presión; así que

$$d) P_3 < P_2$$

De la ecuación de 1ª Ley $\Delta U_{2 \rightarrow 3} = Q_{2 \rightarrow 3} - W_{2 \rightarrow 3} = 0$, se tiene que $Q_{2 \rightarrow 3} = W_{2 \rightarrow 3}$

Como $W_{2 \rightarrow 3} > 0$ entonces e) $Q_{2 \rightarrow 3} > 0$

En el plano ST este proceso se representa mediante una recta paralela al eje S en la que dado que el calor es positivo, la entropía debe aumentar, es decir:

$$f) S_3 > S_2$$

Paso 3.

Proceso (3 \rightarrow 4): Como $\kappa_{3 \rightarrow 4} = 0$, este es un proceso isobárico, por lo que:

$$a) \quad P_4 = P_3$$

Como $Q_{3 \rightarrow 4} < 0$ y el calor es igual al área bajo la curva en el plano ST , entonces

$$b) \quad S_4 < S_3$$

En el plano ST la curva representativa es una curva de pendiente positiva en la que al disminuir la entropía, la temperatura disminuye también, esto es:

$$c) \quad T_4 < T_3$$

En el plano VP la curva correspondiente es una recta paralela al eje V en la que al disminuir la temperatura, el volumen también disminuye; esto es que

$$d) \quad V_4 < V_3; \text{ esto último implica que } e) \quad W_{3 \rightarrow 4} < 0$$

Como en este proceso $T_4 < T_3$, de la relación entre energía interna y temperatura

$$\Delta U_{3 \rightarrow 4} = mC_V (T_4 - T_3) \text{ se tiene que } \Delta U_{3 \rightarrow 4} < 0, \text{ de donde: } f) \quad U_4 < U_3$$

Paso 4.

Proceso (4 \rightarrow 1): El sistema regresa al estado inicial mediante un proceso en el que $\kappa_{4 \rightarrow 1} = C_P / C_V$, esto es mediante un proceso isoentrópico, por lo que:

$$a) \quad S_4 = S_1, \quad b) \quad Q_{4 \rightarrow 1} = 0$$

En el plano ST este proceso queda representado mediante una recta paralela al eje T , en la que la temperatura aumenta hasta alcanzar la temperatura inicial, por lo que

$$c) \quad T_1 > T_4, \quad d) \quad \Delta U_{4 \rightarrow 1} > 0$$

De la ecuación de 1ª Ley $\Delta U_{4 \rightarrow 1} = Q_{4 \rightarrow 1} - W_{4 \rightarrow 1}$, se tiene que $W_{4 \rightarrow 1} = -\Delta U_{4 \rightarrow 1}$, y como $\Delta U_{4 \rightarrow 1} > 0$ porque la temperatura aumentó, entonces

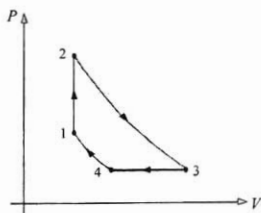
$$e) \quad W_{4 \rightarrow 1} < 0; \text{ luego entonces } f) \quad V_1 < V_4$$

En el plano VP este último proceso se representa por medio de una curva tipo hipérbola en la que al disminuir el volumen, la presión aumenta; por lo tanto

g) $P_1 > P_4$

Con el ciclo ilustrado en los planos VP y ST , por comparación entre estados, se concluye finalmente que:

h) $V_1 < V_3$



1e $Q_{1 \rightarrow 2} > 0$

4a $S_4 = S_1$

2b $\Delta U_{2 \rightarrow 3} = 0$

4h $V_1 < V_3$

3e $W_{3 \rightarrow 4} < 0$

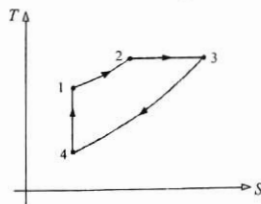
3b $S_4 < S_3$

4b $Q_{4 \rightarrow 1} = 0$

4g $P_4 < P_1$

3f $U_4 < U_3$

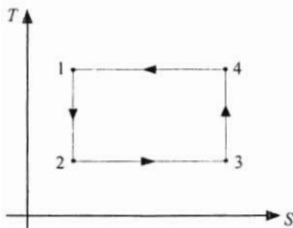
1c $T_2 > T_1$



Problema 2.

Un sistema que consta de 2 kg de hidrógeno inicialmente a 600 K, realiza el ciclo mostrado en el plano ST .

Sabiendo que en la compresión isotérmica la entropía del sistema disminuye en 1.5 kJ/K, llenar los espacios vacíos en la tabla.



	T/K	$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ	$\Delta S/\text{kJK}^{-1}$
1					
2					
3	350				
4					
1					
neto					

Datos: $m = 2 \text{ kg}$, $R = 4.12 \text{ kJ/kgK}$, $C_p = 14.20 \text{ kJ/kgK}$

Solución:

Paso 1.

Como $C_p = C_v + R$, entonces $C_v = C_p - R = 10.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$

Como muestra el diagrama ST , el sistema opera entre las temperaturas extremas

$$a) \quad T_2 = T_3 = T_{\min} = 350 \text{ K}, \quad b) \quad T_4 = T_1 = T_{\max} = 600 \text{ K}$$

por lo que:

$$c) \quad \Delta U_{2 \rightarrow 3} = 0 = \Delta U_{4 \rightarrow 1}$$

Como en un ciclo la variación total en cualquier variable termodinámica es igual a cero, entonces:

$$d) \quad \Delta U_{\text{neto}} = 0, \quad e) \quad \Delta S_{\text{neto}} = 0$$

Los procesos $(1 \rightarrow 2)$ y $(3 \rightarrow 4)$ son isotérmicos, lo que significa que:

$$f) \quad Q_{1 \rightarrow 2} = 0 = Q_{3 \rightarrow 4}, \quad g) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 2} = 0 = \Delta S_{3 \rightarrow 4}$$

Paso 2.

En un proceso isotérmico el calor y el trabajo son iguales y en el plano ST el área bajo la curva representa al calor intercambiado entre el sistema y los alrededores. El signo

correspondiente al calor depende de si la entropía aumenta o disminuye; El diagrama de este ciclo muestra que el área bajo la curva que une a los estados 4 y 1 es negativa; por lo tanto el calor y el trabajo son negativos; de aquí que el proceso (4→1) representa a la compresión isotérmica y a) $\Delta S_{4\rightarrow 1} = -1.5 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$

Dado que $\Delta S_{\text{neto}} = \Delta S_{1\rightarrow 2} + \Delta S_{2\rightarrow 3} + \Delta S_{3\rightarrow 4} + \Delta S_{4\rightarrow 1} = 0$, entonces:

$$b) \Delta S_{2\rightarrow 3} = \Delta S_{\text{neto}} - (\Delta S_{1\rightarrow 2} + \Delta S_{3\rightarrow 4} + \Delta S_{4\rightarrow 1}) = 0 - (0 + 0 - 1.5) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 1.5 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Para el proceso (2→3) se tiene de la definición de calor: $Q_{2\rightarrow 3} = \int_2^3 T dS = T_2 \Delta S_{2\rightarrow 3}$ de donde

$$c) Q_{2\rightarrow 3} = (350 \text{ K}) \left(1.5 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \right) = 525 \text{ kJ} = W_{2\rightarrow 3}$$

Aplicando la definición de calor para el proceso isotérmico (4→1) se tiene que:

$$d) Q_{4\rightarrow 1} = \int_4^1 T dS = T_1 \Delta S_{4\rightarrow 1} = (600 \text{ K}) \left(-1.5 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \right) = -900 \text{ kJ} = W_{4\rightarrow 1}$$

Paso 3.

El calor neto está dado como $Q_{\text{neto}} = Q_{1\rightarrow 2} + Q_{2\rightarrow 3} + Q_{3\rightarrow 4} + Q_{4\rightarrow 1}$, por lo que

$$a) Q_{\text{neto}} = (0 + 525 + 0 - 900) \text{ kJ} = -375 \text{ kJ}$$

De la ecuación de la 1ª Ley de la Termodinámica y del inciso (1d) se tiene que

$$\Delta U_{\text{neto}} = Q_{\text{neto}} - W_{\text{neto}} = 0, \text{ por lo tanto}$$

$$b) W_{\text{neto}} = Q_{\text{neto}} = -375 \text{ kJ}$$

Paso 4.

Determinamos ahora el cambio en la energía interna del sistema para el proceso (1→2):

$$a) \Delta U_{1\rightarrow 2} = m C_V (T_2 - T_1) = (2 \text{ kg}) \left(10.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (350 - 600) \text{ K} = -5040 \text{ kJ}$$

y para el proceso (3→4):

$$b) \Delta U_{3 \rightarrow 4} = mC_v (T_4 - T_3) = (2 \text{ kg}) \left(10.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (600 - 350) \text{ K} = 5040 \text{ kJ}$$

Finalmente, dado que para los procesos (1→2) y (3→4) el sistema no intercambia calor con los alrededores, de la ecuación de 1ª Ley se concluye que

$$c) W_{1 \rightarrow 2} = -\Delta U_{1 \rightarrow 2} = -(-5040 \text{ kJ}) = 5040 \text{ kJ}$$

$$d) W_{3 \rightarrow 4} = -\Delta U_{3 \rightarrow 4} = -(5040 \text{ kJ}) = -5040 \text{ kJ}$$

	T/K		$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ	$\Delta S/\text{kJK}^{-1}$
1	1b	600	4a - 5040	1f 0	4c 5040	1g 0
2	1a	350	1c 0	2c 525	2e 525	2b 1.5
3		350	4b 5040	1f 0	4d - 5040	1g 0
4	1b	600	1c 0	2d - 900	2e - 900	2a - 1.5
1	1b	600				
neto			1d 0	3a - 375	3b - 375	1e 0

Problema 3.

Considere que el gas ideal del problema 1, cuya masa es de 2 kg, es hidrógeno inicialmente a 1030 kPa y 500 K.

a) Llenar la tabla, b) calcular el rendimiento r del ciclo.

	P/kPa	V/m^3	T/K	$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ	$\Delta S/\text{kJK}^{-1}$
1							
2							
3			700				
4	500						
1							
neto							

Datos: $m = 2 \text{ kg}$, $R = 4.12 \text{ kJ/kgK}$, $C_p = 14.20 \text{ kJ/kgK}$

Solución:

Paso 1.

Como $C_p = C_v + R$, entonces $C_v = C_p - R = 10.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$

De la ecuación de estado de gas ideal, $PV = mRT$ determinamos:

$$a) \quad V_1 = \frac{mRT_1}{P_1} = \frac{(2 \text{ kg}) \left(4.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (500 \text{ K})}{\left(1030 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} \right)} = 4 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} = 4 \text{ m}^3$$

Dado que $\kappa_{1 \rightarrow 2} = \infty$, entonces b) $V_2 = V_1 = 4 \text{ m}^3$

Se sabe que $\kappa_{2 \rightarrow 3} = 1$, lo que significa que c) $T_2 = T_3 = 700 \text{ K}$

De la ecuación de estado de gas ideal, $PV = mRT$ se obtiene

$$d) \quad P_2 = \frac{mRT_2}{V_2} = \frac{(2 \text{ kg}) \left(4.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (700 \text{ K})}{(4 \text{ m}^3)} = 1442 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} = 1442 \text{ kPa}$$

Debido a que $\kappa_{3 \rightarrow 4} = 0$; resulta que e) $P_3 = P_4 = 500 \text{ kPa}$

De la ecuación de procesos politrópicos $P_1 V_1^{\kappa} = P_2 V_2^{\kappa}$, con $\kappa_{2 \rightarrow 3} = 1$, esto es $P_3 V_3 = P_2 V_2$ determinamos:

$$f) \quad V_3 = \frac{P_2 V_2}{P_3} = \frac{(1442 \text{ kPa})(4 \text{ m}^3)}{(500 \text{ kPa})} = 11.54 \text{ m}^3$$

Como $\kappa_{4 \rightarrow 1} = C_p / C_v$, entonces $g) \quad \Delta S_{4 \rightarrow 1} = 0$ y $h) \quad Q_{4 \rightarrow 1} = 0$

De la ecuación $\Delta S_{4 \rightarrow 1} = m C_p \ln \left(\frac{T_1}{T_4} \right) - m R \ln \left(\frac{P_1}{P_4} \right) = 0$, se tiene que:

$$m C_p \ln \left(\frac{T_1}{T_4} \right) = m R \ln \left(\frac{P_1}{P_4} \right); \text{ de aquí: } \ln \left(\frac{T_1}{T_4} \right) = (R / C_p) \ln \left(\frac{P_1}{P_4} \right) = \ln \left(\frac{P_1}{P_4} \right)^{(R/C_p)}, \text{ ó}$$

$$\left(\frac{T_1}{T_4} \right) = \left(\frac{P_1}{P_4} \right)^{(R/C_p)}, \text{ de donde:}$$

$$i) \quad T_4 = \frac{T_1}{\left(\frac{P_1}{P_4} \right)^{(R/C_p)}} = \frac{500 \text{ K}}{\left(\frac{1030}{500} \right)^{(4.12/14.20)}} = 405.42 \text{ K}$$

Finalmente, de la ecuación de estado se calcula

$$j) \quad V_4 = \frac{m R T_4}{P_4} = \frac{(2 \text{ kg}) \left(4.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (405.42 \text{ K})}{\left(500 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} \right)} = 6.68 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} = 6.68 \text{ m}^3$$

Paso 2.

Para el proceso (1→2) determinamos la variación en la energía interna:

$$a) \quad \Delta U_{1 \rightarrow 2} = m C_v (T_2 - T_1) = (2 \text{ kg}) \left(10.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (700 - 500) \text{ K} = 4032 \text{ kJ}$$

Como en este proceso el volumen es constante, $b) \quad W_{1 \rightarrow 2} = 0$

y de la ecuación de 1ª Ley: $c) \quad Q_{1 \rightarrow 2} = \Delta U_{1 \rightarrow 2} = 4032 \text{ kJ}$

La variación en la entropía del sistema en este proceso es:

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = mC_V \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + mR \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = mC_V \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right),$$

$$d) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 2} = (2 \text{ kg}) \left(10.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln \left(\frac{700}{500} \right) = 6.78 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Paso 3.

Para el proceso isotérmico (2→3) se tiene que:

$$\Delta S_{2 \rightarrow 3} = mC_V \ln \left(\frac{T_3}{T_2} \right) + mR \ln \left(\frac{V_3}{V_2} \right) = mR \ln \left(\frac{V_3}{V_2} \right)$$

$$a) \quad \Delta S_{2 \rightarrow 3} = (2 \text{ kg}) \left(4.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln \left(\frac{11.54}{4} \right) = 8.73 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

De la definición de calor: $Q_{2 \rightarrow 3} = \int_2^3 T dS = T_3 \int_2^3 dS = T_3 \Delta S_{2 \rightarrow 3}$

y como $b) \quad \Delta U_{2 \rightarrow 3} = 0$, de la ecuación de 1ª Ley $\Delta U_{2 \rightarrow 3} = Q_{2 \rightarrow 3} - W_{2 \rightarrow 3} = 0$

resulta que $Q_{2 \rightarrow 3} = W_{2 \rightarrow 3}$, por lo tanto:

$$c) \quad Q_{2 \rightarrow 3} = T_3 \Delta S_{2 \rightarrow 3} = (700 \text{ K}) \left(8.73 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \right) = 6111 \text{ kJ} = W_{2 \rightarrow 3}$$

Paso 4.

Para el proceso isobárico (3→4) determinamos:

$$a) \quad \Delta U_{3 \rightarrow 4} = mC_V (T_4 - T_3) = (2 \text{ kg}) \left(10.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (405.42 - 700) \text{ K} = -5938.73 \text{ kJ}$$

De la definición de trabajo $W_{3 \rightarrow 4} = \int_3^4 P dV = \int_3^4 mR dT$, se tiene que:

$$W_{3 \rightarrow 4} = P_3 \Delta V_{3 \rightarrow 4} = mR \Delta T_{3 \rightarrow 4}; \text{ esto es:}$$

$$b) \quad W_{3 \rightarrow 4} = mR(T_4 - T_3) = (2 \text{ kg}) \left(4.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (405.42 - 700) \text{ K} = -2427.34 \text{ kJ}$$

De la ecuación de 1ª Ley: $\Delta U_{3 \rightarrow 4} = Q_{3 \rightarrow 4} - W_{3 \rightarrow 4}$, se obtiene que

$$c) \quad Q_{3 \rightarrow 4} = \Delta U_{3 \rightarrow 4} + W_{3 \rightarrow 4} = (-5938.73 - 2427.34) \text{ kJ} = -8366.07 \text{ kJ}$$

La variación en entropía del sistema para este proceso está dada como:

$$\Delta S_{3 \rightarrow 4} = mC_p \ln \left(\frac{T_4}{T_3} \right) - mR \ln \left(\frac{P_4}{P_3} \right) = mC_p \ln \left(\frac{T_4}{T_3} \right),$$

$$d) \quad \Delta S_{3 \rightarrow 4} = (2 \text{ kg}) \left(14.20 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln \left(\frac{405.42}{700} \right) = -15.51 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Paso 5.

Como el sistema realiza un ciclo, entonces:

$$a) \quad \Delta U_{\text{neto}} = \Delta U_{1 \rightarrow 2} + \Delta U_{2 \rightarrow 3} + \Delta U_{3 \rightarrow 4} + \Delta U_{4 \rightarrow 1} = 0, \text{ de donde:}$$

$$\Delta U_{4 \rightarrow 1} = \Delta U_{\text{neto}} - (\Delta U_{1 \rightarrow 2} + \Delta U_{2 \rightarrow 3} + \Delta U_{3 \rightarrow 4})$$

$$b) \quad \Delta U_{4 \rightarrow 1} = 0 - (4032 + 0 - 5938.73) \text{ kJ} = 1906.73 \text{ kJ}$$

Dado que para el proceso (4→1) el calor intercambiado entre el sistema y sus alrededores es igual a cero, entonces de la ecuación de 1ª Ley se tiene que

$$c) \quad W_{41} = -\Delta U_{4 \rightarrow 1} = -(1906.73 \text{ kJ}) = -1906.73 \text{ kJ}$$

Paso 6.

Como el sistema opera ciclicamente, a) $\Delta S_{\text{neto}} = 0$

Finalmente, calculamos el trabajo neto, que es igual al calor neto mediante la suma de trabajos (calores) en cada proceso

$$W_{\text{neto}} = W_{1 \rightarrow 2} + W_{2 \rightarrow 3} + W_{3 \rightarrow 4} + W_{4 \rightarrow 1} = Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{3 \rightarrow 4} + Q_{4 \rightarrow 1} = Q_{\text{neto}}$$

$$b) W_{\text{neto}} = (0 + 6111 - 2427.34 - 1906.73) \text{ kJ} = 1776.93 \text{ kJ} = Q_{\text{neto}}$$

El rendimiento r del ciclo se obtiene como:

$$c) r = \frac{W_{\text{neto}}}{Q_a} = 1 - \frac{Q_c}{Q_a} = 1 - \frac{Q_{3 \rightarrow 4}}{(Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 3})} = 1 - \frac{8366.07}{(4032 + 6111)} = 0.1752 = 17.52\%$$

	P/kPa	V/m^3	T/K	$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ	$\Delta S/\text{kJK}^{-1}$
1	1030	4	500	2a 4032	2c 4032	2b 0	2d 6.78
2	1442	4	700	3b 0	3c 6111	3e 6111	3a 8.73
3	500	11.54	700	4a -5938.73	4c 8366.07	4b -2427.34	4d -15.51
4	500	6.68	405.42	5b -1906.73	5a 0	5c -1906.73	5d 0
1	1030	4	500	6a 0	6b 1776.93	6c 1776.93	6d 0
neto							

Problema 4.

Un sistema que consta de 2 kg de hidrógeno inicialmente a 1030 kPa y 4 m³, se pone en contacto térmico (a volumen constante) con un almacén cuya temperatura es 1000 K, hasta que alcanza el equilibrio.

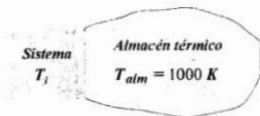
a) Indicar mediante cálculos si el proceso es reversible o irreversible.

Considere ahora, que estando el sistema en el estado final que alcanzó en el proceso anterior, experimenta una expansión libre adiabática.

b) Calcular el volumen final que deberá adquirir el sistema, de forma tal que la variación en la entropía del universo para este segundo proceso, sea igual que la correspondiente variación en la entropía del universo para el primer proceso descrito.

Datos: $m = 2 \text{ kg}$, $R = 4.12 \text{ kJ/kgK}$, $C_p = 14.20 \text{ kJ/kgK}$

Solución Primer Proceso:



Como $C_p = C_v + R$, resulta que $C_v = C_p - R = 10.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$

Se conoce la presión y volumen del sistema en el estado inicial por lo que:

De la ecuación de estado de gas ideal, $PV = mRT$ determinamos la temperatura inicial

$$T_i = \frac{PV_i}{mR} = \frac{\left(1030 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}\right) \left(4 \text{ m}^3\right)}{(2 \text{ kg}) \left(4.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}\right)} = 500 \frac{\text{kJ}}{\text{kJ}} = 500 \text{ K}$$

De aquí que el estado inicial del sistema esté caracterizado como:

$$(P_i, V_i, T_i) = (1030 \text{ kPa}, 4 \text{ m}^3, 500 \text{ K})$$

Estando el sistema en este estado inicial, se pone en contacto únicamente térmico, con un almacén cuya temperatura es $T_{alm} = 1000 \text{ K}$, hasta que ambos alcanzan el equilibrio.

En este estado final de equilibrio, la temperatura del sistema coincide con la del almacén térmico, $T_f = T_{alm} = 1000 \text{ K}$.

De la ecuación de estado, calculamos ahora la presión final del sistema:

$$P_f = \frac{mRT_f}{V_f} = \frac{(2 \text{ kg}) \left(4.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (1000 \text{ K})}{(4 \text{ m}^3)} = 2060 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} = 2060 \text{ kPa}$$

De aquí que el estado inicial del sistema esté caracterizado como:

$$(P_f, V_f, T_f) = (2060 \text{ kPa}, 4 \text{ m}^3, 1000 \text{ K})$$

La variación en la entropía del sistema para este primer proceso la calculamos como

$$\Delta S_{i \rightarrow f}(\text{sist}) = mC_v \ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right) + mR \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right) = mC_v \ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right)$$

$$\Delta S_{i \rightarrow f}(\text{sist}) = (2 \text{ kg}) \left(10.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln \left(\frac{1000}{500} \right) = 13.97 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

La variación en la entropía de los alrededores para este proceso es

$$\Delta S_{i \rightarrow f}(\text{alred}) = \Delta S_{i \rightarrow f}(\text{alm term})$$

$$\text{y } \Delta S_{i \rightarrow f}(\text{alm term}) = \frac{Q_{alm}}{T_{alm}} = \frac{-Q_{sys}}{T_{alm}} = \frac{-\Delta U_{sys}}{T_{alm}} = \frac{-mC_v \Delta T}{T_{alm}}$$

$$\Delta S_{i \rightarrow f}(\text{alred}) = \frac{-mC_v(T_f - T_i)}{T_{alm}}$$

$$\Delta S_{i \rightarrow f}(\text{alred}) = \frac{-(2 \text{ kg}) \left(10.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (1000 - 500) \text{ K}}{1000 \text{ K}} = -10.08 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Para este proceso: $\Delta S_{i \rightarrow f}(\text{univ}) = \Delta S_{i \rightarrow f}(\text{sist}) + \Delta S_{i \rightarrow f}(\text{alred})$

$$\Delta S_{i \rightarrow f}(\text{univ}) = (13.97 - 10.08) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 3.89 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Como $\Delta S_{i \rightarrow f} (univ)$ es una cantidad positiva, se concluye que

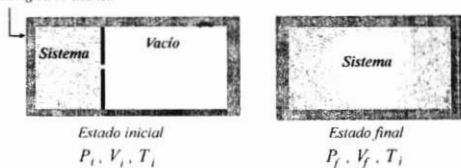
a) el primer proceso es *irreversible*.

Solución Segundo Proceso:

En este caso, el sistema parte del estado inicial caracterizado por:

$(P_i, V_i, T_i) = (2060 \text{ kPa}, 4 \text{ m}^3, 1000 \text{ K})$ y experimenta una expansión libre adiabática de forma tal que $\Delta S_{i \rightarrow f} (univ) = 3.89 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$

Pared rígida adiabática



La expansión libre adiabática está caracterizada por:

$$\Delta S_{i \rightarrow f} (alred) = 0 \quad \text{y} \quad T_f = T_i = 1000 \text{ K}$$

De aquí que el estado final del sistema, ahora sea:

$$(P_f, V_f, T_f) = (P_f, V_f, 1000 \text{ K})$$

Dado que para este segundo proceso : $\Delta S_{i \rightarrow f} (univ) = \Delta S_{i \rightarrow f} (sist) + \Delta S_{i \rightarrow f} (alred)$; esto es

$$\Delta S_{i \rightarrow f} (univ) = \Delta S_{i \rightarrow f} (sist) + 0 = 3.89 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}; \text{ y como}$$

$$\Delta S_{i \rightarrow f} (sist) = mC_v \ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right) + mR \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right) = mR \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right); \text{ entonces}$$

$$\Delta S_{i \rightarrow f} (univ) = \Delta S_{i \rightarrow f} (sist) = mR \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right); \text{ de donde}$$

$$mR \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right) = \Delta S_{i \rightarrow f} (univ), \text{ por lo que } \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right) = \frac{\Delta S_{i \rightarrow f} (univ)}{mR}$$

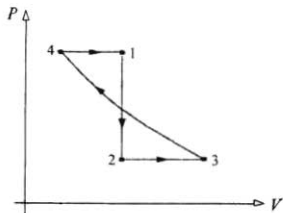
$$\text{esto es que: } \left(\frac{V_f}{V_i} \right) = \exp \left(\frac{\Delta S_{i \rightarrow f} (univ)}{mR} \right)$$

de donde el volumen final adquirido por el sistema en este segundo proceso es:

$$b) \quad V_f = V_i \exp \left(\frac{\Delta S_{i \rightarrow f} (univ)}{mR} \right) = (4 \text{ m}^3) \exp \left(\frac{\left(3.89 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \right)}{(2 \text{ kg}) \left(4.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right)} \right) = 6.41 \text{ m}^3$$

Problema 1.

Un gas ideal ($C_V' = 10 \text{ kJ/K}$) realiza el ciclo ilustrado en el plano VP . Considerando que: en el proceso $2 \rightarrow 3$ el sistema realiza un trabajo de 500 kJ sobre los alrededores; que en la compresión isotérmica el sistema cede 5000 kJ de calor y que el trabajo neto realizado por los alrededores sobre el sistema es de 500 kJ; llenar los espacios vacíos en la tabla.



	T/K	$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ
1	800			
2	500			
3				
4	650			
1				
neto				

Datos: $C_V' = 10 \text{ kJ/K}$

Solución:

Paso 1.

El diagrama muestra que el proceso $(1 \rightarrow 2)$ es un proceso isocórico, lo cual significa que:

a) $W_{1 \rightarrow 2} = 0$

La variación en la energía interna es

b) $\Delta U_{1 \rightarrow 2} = C_V'(T_2 - T_1) = \left(10 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}\right)(500 - 800) \text{ K} = -3000 \text{ kJ}$

De la ecuación de la 1ª Ley $\Delta U_{1 \rightarrow 2} = Q_{1 \rightarrow 2} - W_{1 \rightarrow 2}$, resulta:

c) $Q_{1 \rightarrow 2} = \Delta U_{1 \rightarrow 2} = -3000 \text{ kJ}$

Durante el proceso isobárico $(2 \rightarrow 3)$ el sistema realiza un trabajo de 500 kJ; esto es que

d) $W_{2 \rightarrow 3} = 500 \text{ kJ}$

En la compresión isotérmica (3→4) el sistema cede 5000 kJ de calor; por lo que:

$$e) \quad T_3 = T_4 = 650 \text{ K}, \quad f) \quad \Delta U_{3 \rightarrow 4} = 0, \quad g) \quad Q_{3 \rightarrow 4} = -5000 \text{ kJ}$$

De la ecuación de 1ª Ley $\Delta U_{3 \rightarrow 4} = Q_{3 \rightarrow 4} - W_{3 \rightarrow 4} = 0$ se tiene que

$$h) \quad W_{3 \rightarrow 4} = Q_{3 \rightarrow 4} = -5000 \text{ kJ}$$

Se conoce que el trabajo total realizado por los alrededores sobre el sistema es de 500 kJ; es decir,

$$i) \quad W_{\text{neto}} = -500 \text{ kJ}$$

Dado que el sistema realiza un ciclo: $j) \quad \Delta U_{\text{neto}} = 0 = Q_{\text{neto}} - W_{\text{neto}}$, de donde:

$$k) \quad Q_{\text{neto}} = W_{\text{neto}} = -500 \text{ kJ}$$

Paso 2.

Dado que: $W_{\text{neto}} = W_{1 \rightarrow 2} + W_{2 \rightarrow 3} + W_{3 \rightarrow 4} + W_{4 \rightarrow 1}$, entonces

$$a) \quad W_{4 \rightarrow 1} = W_{\text{neto}} - (W_{1 \rightarrow 2} + W_{2 \rightarrow 3} + W_{3 \rightarrow 4}) = (-500 \text{ kJ}) - (0 + 500 - 5000) \text{ kJ} = 4000 \text{ kJ}$$

El cambio en la energía interna para el proceso (4→1) es:

$$b) \quad \Delta U_{4 \rightarrow 1} = C_v (T_1 - T_4) = \left(10 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \right) (800 - 650) \text{ K} = 1500 \text{ kJ}$$

y de la ecuación de 1ª Ley $\Delta U_{4 \rightarrow 1} = Q_{4 \rightarrow 1} - W_{4 \rightarrow 1}$, se obtiene:

$$c) \quad Q_{4 \rightarrow 1} = \Delta U_{4 \rightarrow 1} + W_{4 \rightarrow 1} = (1500 + 4000) \text{ kJ} = 5500 \text{ kJ}$$

Paso 3.

Finalmente, para el proceso isobárico (2→3) se tiene que

$$a) \quad \Delta U_{2 \rightarrow 3} = C_V (T_3 - T_2) = \left(10 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \right) (650 - 500) \text{ K} = 1500 \text{ kJ}$$

y de la ecuación de 1ª Ley $\Delta U_{2 \rightarrow 3} = Q_{2 \rightarrow 3} - W_{2 \rightarrow 3}$, resulta que

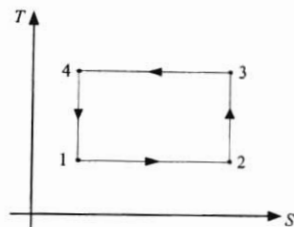
$$b) \quad Q_{2 \rightarrow 3} = \Delta U_{2 \rightarrow 3} + W_{2 \rightarrow 3} = (1500 + 500) \text{ kJ} = 2000 \text{ kJ}$$

	T/K	$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ
1	800	$1b - 3000$	$1c - 3000$	$1a - 0$
2	500	$3a - 1500$	$3b - 2000$	$1d - 500$
3	$1e - 650$	$1f - 0$	$1g - 5000$	$1h - 5000$
4	650	$2b - 1500$	$2c - 5500$	$2a - 4000$
1	800			
neto		$1j - 0$	$1k - 500$	$1i - 500$

Problema 2.

Un sistema que consta de 2 kg de oxígeno realiza el ciclo ilustrado en el plano ST operando entre las temperaturas de 800 K y 300 K.

Sabiendo que en la compresión isotérmica los alrededores realizan un trabajo de 1200 kJ sobre el sistema, llenar la tabla.



	T/K	$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ	$\Delta S/\text{kJK}^{-1}$
1					
2					
3					
4					
1					
neto					

Datos: $m = 2 \text{ kg}$, $C_V = 0.66 \text{ kJ/kgK}$, $C_P = 0.92 \text{ kJ/kgK}$

Solución:

Paso 1.

Dado que $C_P = C_V + R$, entonces $R = C_P - C_V = 0.26 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$

Como muestra el diagrama ST , el sistema opera entre las temperaturas extremas

$$a) \quad T_1 = T_2 = T_{\min} = 300 \text{ K} \quad \text{y} \quad b) \quad T_3 = T_4 = T_{\max} = 800 \text{ K}$$

de lo cual se infiere que: c) $\Delta U_{1 \rightarrow 2} = 0 = \Delta U_{3 \rightarrow 4}$ debido a que ambos procesos ocurren a temperatura constante.

Como en un ciclo la variación total en cualquier variable termodinámica es igual a cero, entonces:

$$d) \quad \Delta U_{\text{neto}} = 0 \quad \text{y} \quad e) \quad \Delta S_{\text{neto}} = 0$$

Los procesos $(2 \rightarrow 3)$ y $(4 \rightarrow 1)$ son es isoentrópicos, lo que significa que

$$f) \quad Q_{2 \rightarrow 3} = 0 = Q_{4 \rightarrow 1}, \quad g) \quad \Delta S_{2 \rightarrow 3} = 0 = \Delta S_{4 \rightarrow 1}$$

Paso 2.

En un proceso isotérmico el calor y el trabajo son iguales y como se ilustra en el diagrama ST , el área bajo la curva (que representa al calor intercambiado) es negativa e igual al trabajo durante el proceso (3→4). Esto es que la compresión isotérmica ocurre durante este proceso. Como en la compresión isotérmica los alrededores realizan un trabajo de 1200 kJ sobre el sistema, entonces

$$a) \quad W_{3 \rightarrow 4} = -1200 \text{ kJ} = Q_{3 \rightarrow 4}$$

De la definición de calor: $Q_{3 \rightarrow 4} = \int_3^4 T dS = T_3 \Delta S_{3 \rightarrow 4}$, se tiene que:

$$b) \quad \Delta S_{3 \rightarrow 4} = \frac{Q_{3 \rightarrow 4}}{T_3} = \frac{-1200 \text{ kJ}}{800 \text{ K}} = -1.5 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Dado que $\Delta S_{\text{neto}} = \Delta S_{1 \rightarrow 2} + \Delta S_{2 \rightarrow 3} + \Delta S_{3 \rightarrow 4} + \Delta S_{4 \rightarrow 1} = 0$, entonces:

$$c) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 2} = \Delta S_{\text{neto}} - (\Delta S_{2 \rightarrow 3} + \Delta S_{3 \rightarrow 4} + \Delta S_{4 \rightarrow 1}) = 0 - (0 - 1.5 + 0) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 1.5 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Aplicando la definición de calor para el proceso isotérmico (1→2) se tiene que:

$$d) \quad Q_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 T dS = T_1 \Delta S_{1 \rightarrow 2} = (300 \text{ K}) \left(1.5 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \right) = 450 \text{ kJ} = W_{1 \rightarrow 2}$$

Paso 3.

Determinamos ahora el cambio en la energía interna del sistema para el proceso (2→3):

$$a) \quad \Delta U_{2 \rightarrow 3} = mC_v(T_3 - T_2) = (2 \text{ kg}) \left(0.66 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (800 - 300) \text{ K} = 660 \text{ kJ}$$

y para el proceso (4→1):

$$b) \Delta U_{4 \rightarrow 1} = mC_V(T_1 - T_4) = (2 \text{ kg}) \left(0.66 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (300 - 800) \text{ K} = -660 \text{ kJ}$$

Finalmente, dado que para los procesos (2→3) y (4→1) el sistema no intercambia calor con los alrededores, de la ecuación de 1ª Ley se concluye que

$$c) W_{2 \rightarrow 3} = -\Delta U_{2 \rightarrow 3} = -(660 \text{ kJ}) = -660 \text{ kJ}$$

$$d) W_{4 \rightarrow 1} = -\Delta U_{4 \rightarrow 1} = -(-660 \text{ kJ}) = 660 \text{ kJ}$$

El calor neto está dado como $Q_{\text{neto}} = Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{3 \rightarrow 4} + Q_{4 \rightarrow 1}$, por lo que

$$e) Q_{\text{neto}} = (450 + 0 - 1200 + 0) \text{ kJ} = -750 \text{ kJ}$$

De la ecuación de la 1ª Ley de la Termodinámica $\Delta U_{\text{neto}} = Q_{\text{neto}} - W_{\text{neto}} = 0$, resulta que

$$f) W_{\text{neto}} = Q_{\text{neto}} = -750 \text{ kJ}$$

	T/K	$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ	$\Delta S/\text{kJ K}^{-1}$
1	1a 300	1c 0	2a 450	2d 450	2c 1.5
2	1a 300	3a 660	1f 0	3c -660	1g 0
3	1b 800	1c 0	2a -1200	2d -1200	2b -1.5
4	1b 800	3b 660	1f 0	3d 660	1g 0
1	1a 300				
neto		1d 0	3e -750	3f -750	1e 0

Problema 3.

Un sistema efectúa un ciclo operando entre dos almacenes térmicos a las temperaturas de 1000 K y 600 K .

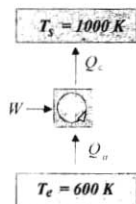
Suponiendo que la energía se conserva, indicar mediante cálculos de entropía, si el ciclo es posible (reversible ó irreversible) ó imposible en cada uno de los casos siguientes:

- a) El sistema absorbe cierta cantidad de calor del almacén a 600 K y cede 300 kJ de calor al almacén a mayor temperatura. El trabajo neto que debe suministrarse al sistema es de 120 kJ .
- b) el sistema realiza un ciclo con un rendimiento de 50% y cede 400 kJ de calor al almacén a temperatura menor.
- c) el sistema absorbe 600 kJ de calor del almacén a mayor temperatura y realiza un ciclo con un rendimiento de 30% .

Datos generales: $T_s = 1000\text{ K}$, $T_e = 600\text{ K}$

Solución:

a)



Datos: $Q_c = 300\text{ kJ}$, $W = 120\text{ kJ}$

La Ley de conservación de la energía queda expresada como: $-W = Q_a - Q_c$; el trabajo es negativo porque ahora se está suministrando al sistema, entonces

$$Q_a = Q_c - W = (300 - 120)\text{ kJ} = 180\text{ kJ}$$

La variación en la entropía del universo está dada como: $\Delta S_{\text{univ}} = \Delta S_{\text{svt}} + \Delta S_{\text{alred}}$

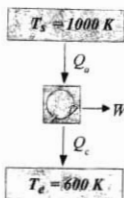
En donde $\Delta S_{\text{svt}} = 0$ porque el sistema opera cíclicamente, y

$$\Delta S_{\text{alred}} = \Delta S_{\text{alm } T_s} + \Delta S_{\text{alm } T_e} = \frac{Q_c}{T_s} - \frac{Q_a}{T_e}; \text{ de aquí que: } \Delta S_{\text{univ}} = 0 + \frac{Q_c}{T_s} - \frac{Q_a}{T_e}$$

$$\Delta S_{univ} = \left(\frac{300 \text{ kJ}}{1000 \text{ K}} - \frac{180 \text{ kJ}}{600 \text{ K}} \right) = (0.3 - 0.3) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 0$$

Como ΔS_{univ} es igual a cero, concluimos que el ciclo es: *posible reversible*

b)



Datos: $Q_c = 400 \text{ kJ}$, $r = 50\% = 0.5$

El rendimiento del ciclo está dado como: $r = 1 - \frac{Q_c}{Q_s} = 0.5$; de donde,

$$Q_s = \frac{Q_c}{1-r} = \frac{400 \text{ kJ}}{(1-0.5)} = 800 \text{ kJ}$$

Dado que la energía se conserva, entonces $W = Q_s - Q_c = (800 - 400) \text{ kJ} = 400 \text{ kJ}$;

La variación en la entropía del universo está dada como: $\Delta S_{univ} = \Delta S_{sist} + \Delta S_{alred}$

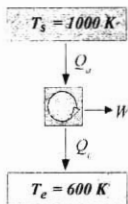
En donde $\Delta S_{sist} = 0$ porque el sistema opera cíclicamente, y

$$\Delta S_{alred} = \Delta S_{alm T_s} + \Delta S_{alm T_e} = -\frac{Q_s}{T_s} + \frac{Q_c}{T_e}; \text{ de aquí que: } \Delta S_{univ} = 0 - \frac{Q_s}{T_s} + \frac{Q_c}{T_e}$$

$$\Delta S_{univ} = \left(-\frac{800 \text{ kJ}}{1000 \text{ K}} + \frac{400 \text{ kJ}}{600 \text{ K}} \right) = (-0.8 + 0.67) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = -0.13 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

y como ΔS_{univ} es negativa, concluimos que el ciclo es: *imposible*

c)



Datos: $Q_u = 600\text{ kJ}$, $r = 30\% = 0.3$

El rendimiento del ciclo está dado como: $r = 1 - \frac{Q_c}{Q_u} = 0.3$; de donde

$$Q_c = Q_u (1 - r) = (600\text{ kJ})(1 - 0.3) = 420\text{ kJ}$$

Dado que la energía se conserva, entonces $W = Q_u - Q_c = (600 - 420)\text{ kJ} = 180\text{ kJ}$

La variación en la entropía del universo está dada como: $\Delta S_{univ} = \Delta S_{sist} + \Delta S_{alred}$

En donde $\Delta S_{sist} = 0$ porque el sistema opera ciclicamente, y

$$\Delta S_{alred} = \Delta S_{cldm\ T_s} + \Delta S_{atm\ T_c} = -\frac{Q_u}{T_s} + \frac{Q_c}{T_c}; \text{ de aquí que: } \Delta S_{univ} = 0 - \frac{Q_u}{T_s} + \frac{Q_c}{T_c}$$

$$\Delta S_{univ} = \left(-\frac{600\text{ kJ}}{1000\text{ K}} + \frac{420\text{ kJ}}{600\text{ K}} \right) = (-0.6 + 0.7) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 0.10 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

y como ΔS_{univ} es positiva, concluimos que el ciclo es: *posible irreversible*

Problema 4.

Un sistema que consta de 2 kg de oxígeno, inicialmente a 300 K experimenta un ciclo caracterizado por los siguientes cambios:

Cambio	Proceso	Características
1→2	isocórico	aumenta su temperatura en 300 K
2→3	isoentrópico	disminuye su temperatura en 107 K
3→1	isobárico	

a) Esbozar el diagrama del ciclo en los planos VP y ST , b) llenar la tabla, c) calcular el rendimiento r del ciclo.

	T/K	$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ	$\Delta S/\text{kJK}^{-1}$
1					
2					
3					
1					
neto					

Datos: $m = 2 \text{ kg}$, $C_V = 0.66 \text{ kJ/kgK}$, $C_P = 0.92 \text{ kJ/kgK}$

Solución:

Paso 1.

Dado que $C_P = C_V + R$, resulta que $R = C_P - C_V = 0.26 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$

El sistema pasa del estado 1 al 2 mediante un isocórico, aumentando su temperatura en 300 K; lo cual significa que:

a) $V_2 = V_1$ y $\Delta T_{1 \rightarrow 2} = T_2 - T_1 = 300 \text{ K}$; de donde

c) $T_2 = T_1 + \Delta T_{1 \rightarrow 2} = (300 + 300) \text{ K} = 600 \text{ K}$

La variación en la energía interna para este proceso es:

c) $\Delta U_{1 \rightarrow 2} = m C_V (T_2 - T_1) = (2 \text{ kg}) \left(0.66 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (600 - 300) \text{ K} = 396 \text{ kJ}$

Dado que d) $W_{1 \rightarrow 2} = 0$, de la ecuación de 1ª Ley $\Delta U_{1 \rightarrow 2} = Q_{1 \rightarrow 2} - W_{1 \rightarrow 2}$, resulta

e) $Q_{1 \rightarrow 2} = \Delta U_{1 \rightarrow 2} = 396 \text{ kJ}$

Determinamos la variación en entropía a través de la ecuación

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = mC_v \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + mR \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = mC_v \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)$$

$$f) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 2} = (2 \text{ kg}) \left(0.66 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln \left(\frac{600}{300} \right) = 0.91 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Paso 2.

El proceso (2→3) ocurre a entropía constante, lo que implica que:

$$a) \quad \Delta S_{2 \rightarrow 3} = 0, \quad b) \quad Q_{2 \rightarrow 3} = 0$$

En este proceso la temperatura disminuye en 107 K, esto es: $\Delta T_{2 \rightarrow 3} = T_3 - T_2 = -107 \text{ K}$ de donde :

$$c) \quad T_3 = T_2 + \Delta T_{2 \rightarrow 3} = (600 - 107) = 493 \text{ K}$$

La variación en la energía interna del sistema para el proceso (2→3) es:

$$d) \quad \Delta U_{2 \rightarrow 3} = mC_v (T_3 - T_2) = (2 \text{ kg}) \left(0.66 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (493 - 600) \text{ K} = -141.24 \text{ kJ}$$

Aplicando la ecuación de 1ª Ley a este proceso $\Delta U_{2 \rightarrow 3} = Q_{2 \rightarrow 3} - W_{2 \rightarrow 3}$, se infiere que

$$e) \quad W_{2 \rightarrow 3} = -\Delta U_{2 \rightarrow 3} = -(-141.24 \text{ kJ}) = 141.24 \text{ kJ}$$

Paso 3.

Como en un ciclo la variación neta o total en cualquier variable termodinámica es igual a cero, entonces:

$$a) \quad \Delta U_{\text{neto}} = 0 \quad \text{y} \quad b) \quad \Delta S_{\text{neto}} = 0$$

y como $\Delta U_{\text{neto}} = \Delta U_{1 \rightarrow 2} + \Delta U_{2 \rightarrow 3} + \Delta U_{3 \rightarrow 1} = 0$, entonces:

$$c) \quad \Delta U_{3 \rightarrow 1} = \Delta U_{\text{neto}} - (\Delta U_{1 \rightarrow 2} + \Delta U_{2 \rightarrow 3}) = 0 - (396 - 141.24) \text{ kJ} = -254.76 \text{ kJ}$$

También, $\Delta S_{\text{neto}} = \Delta S_{1 \rightarrow 2} + \Delta S_{2 \rightarrow 3} + \Delta S_{3 \rightarrow 1} = 0$, así que:

$$d) \quad \Delta S_{3 \rightarrow 1} = \Delta S_{\text{neto}} - (\Delta S_{1 \rightarrow 2} + \Delta S_{2 \rightarrow 3}) = 0 - (0.91 + 0) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = -0.91 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Para el proceso isobárico (3→1), de la definición de trabajo $W_{3\rightarrow1} = \int_3^1 P dV = \int_3^1 mRdT$; se tiene que: $W_{3\rightarrow1} = P\Delta V_{3\rightarrow1} = mR\Delta T_{3\rightarrow1}$

$$e) \quad W_{3\rightarrow1} = mR(T_1 - T_3) = (2 \text{ kg}) \left(0.26 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (300 - 493) \text{ K} = -100.36 \text{ kJ}$$

De la ecuación de 1ª Ley $\Delta U_{3\rightarrow1} = Q_{3\rightarrow1} - W_{3\rightarrow1}$, se infiere que

$$f) \quad Q_{3\rightarrow1} = \Delta U_{3\rightarrow1} + W_{3\rightarrow1} = (-254.76 - 100.36) \text{ kJ} = -355.12 \text{ kJ}$$

Paso 4.

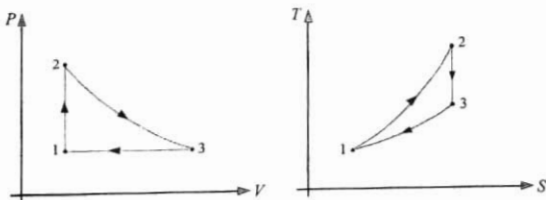
Dado que la variación total en la energía interna es igual a cero, resulta que el trabajo neto es igual al calor neto y se obtienen como:

$$Q_{\text{neto}} = Q_{1\rightarrow2} + Q_{2\rightarrow3} + Q_{3\rightarrow1} = W_{1\rightarrow2} + W_{2\rightarrow3} + W_{3\rightarrow1} = W_{\text{neto}}$$

$$a) \quad Q_{\text{neto}} = (396 + 0 - 355.12) = 40.88 \text{ kJ} = W_{\text{neto}}$$

Finalmente, el rendimiento r del ciclo lo determinamos mediante la ecuación

$$b) \quad r = \frac{W_{\text{neto}}}{Q_a} = \frac{W_{\text{neto}}}{Q_{1\rightarrow2}} = \frac{40.88 \text{ kJ}}{396 \text{ kJ}} = 0.1032 = 10.32\%$$



	T/K	$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ	$\Delta S/\text{kJK}^{-1}$
1	300	$1c$ 396	$1e$ 396	$1d$ 0	$1f$ 0.91
2	600	$2d$ 141.24	$2b$ 0	$2e$ 141.24	$2a$ 0
3	493	$3c$ -254.76	$3f$ -355.12	$3e$ 100.36	$3d$ -0.91
1	300				
neto		$3a$ 0	$4a$ 40.88	$4a$ 40.88	$3b$ 0

Problema 5.

Un sistema consta de 2 kg de oxígeno a la temperatura inicial de 700 K experimenta los siguientes cambios:

Mediante un proceso isoentrópico, pasa del estado 1 al 2 disminuyendo su temperatura en 300 K; a continuación llega al estado 3, al ponerlo en contacto térmico (a volumen constante) con un almacén hasta que, al llegar al equilibrio su temperatura ha aumentado en 150 K; finalmente, mediante un proceso isotérmico reversible llega al estado 4.

Llenar la tabla indicando en la última columna si el proceso es reversible o irreversible.

T/K		$\Delta S/kJK^{-1}$			Tipo de Proceso
		Sistema	Alrededores	Universo	
1					
2					
3					
4			$\Delta S = -0.36$		
1 \rightarrow 4					

Datos: $m = 2$ kg, $C_V = 0.66$ kJ/kgK, $C_p = 0.92$ kJ/kgK

Solución:

Paso 1.

Dado que $C_p = C_V + R$, entonces $R = C_p - C_V = 0.26 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$

El sistema pasa del estado 1 al 2 mediante un proceso isoentrópico; esto significa que:

a) $\Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{sist}) = 0$, b) el proceso (1 \rightarrow 2) es reversible; por lo que

c) $\Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{univ}) = 0$ y como $\Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{univ}) = \Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{sist}) + \Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{alred}) = 0$, entonces

d) $\Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{alred}) = 0$

En este proceso la temperatura del sistema disminuye en 300 K; esto es que,

$\Delta T_{1 \rightarrow 2} = T_2 - T_1 = -300$ K; por lo que:

e) $T_2 = T_1 + \Delta T_{1 \rightarrow 2} = (700 - 300)$ K = 400 K

Paso 2.

El sistema pasa del estado 2 al 3 intercambiando energía calorífica (manteniendo constante su volumen) con un almacén térmico hasta que, al llegar al equilibrio su temperatura ha aumentado en 150 K; esto es que

$$\Delta T_{2 \rightarrow 3} = T_3 - T_2 = 150 \text{ K} ; \text{ por lo que}$$

$$a) \quad T_3 = T_2 + \Delta T_{2 \rightarrow 3} = (400 + 150) \text{ K} = 550 \text{ K}$$

Además, $T_{alm} = T_3 = 550 \text{ K}$, puesto que en el equilibrio, por la Ley Cero, la temperatura del gas y la del almacén debe ser igual.

La variación en la entropía del sistema para este proceso la calculamos como

$$\Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{sist}) = mC_V \ln\left(\frac{T_3}{T_2}\right) + mR \ln\left(\frac{V_3}{V_2}\right) = mC_V \ln\left(\frac{T_3}{T_2}\right)$$

$$b) \quad \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{sist}) = (2 \text{ kg}) \left(0.66 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln\left(\frac{550}{400}\right) = 0.42 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

La variación en la entropía de los alrededores para este proceso la calculamos como

$$\Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{alred}) = \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{alm term})$$

y

$$\Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{alm term}) = \frac{Q_{alm}}{T_{alm}} = \frac{-Q_{sist}}{T_{alm}} = \frac{-\Delta U_{sist}}{T_{alm}} = \frac{-mC_V \Delta T}{T_{alm}}$$

$$\Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{alred}) = \frac{-mC_V (T_3 - T_2)}{T_{alm}}$$

$$c) \quad \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{alred}) = \frac{-(2 \text{ kg}) \left(0.66 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (550 - 400) \text{ K}}{550 \text{ K}} = -0.36 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

$$\text{Para este proceso; } \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{univ}) = \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{sist}) + \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{alred})$$

$$d) \quad \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{univ}) = (0.42 - 0.36) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 0.06 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Como $\Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{univ})$ es una cantidad positiva, concluimos que

e) el proceso (1→2) es irreversible

Paso 3.

El sistema pasa del estado 3 al 4 mediante un proceso isotérmico reversible, lo cual significa que:

$$a) \quad T_4 = T_3 = 550 \text{ K} \text{ y que } b) \quad \Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{univ}) = 0$$

$$\text{Se sabe que } \Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{alred}) = -0.36 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

$$\text{y como } \Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{univ}) = \Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{sist}) + \Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{alred}) = 0; \text{ entonces:}$$

$$c) \quad \Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{sist}) = -\Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{alred}) = -\left(-0.36 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}\right) = 0.36 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Finalmente:

$$\Delta S_{1 \rightarrow 4}(\text{sist}) = \Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{sist}) + \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{sist}) + \Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{sist})$$

$$d) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 4}(\text{sist}) = (0 + 0.42 + 0.36) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 0.78 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

$$\Delta S_{1 \rightarrow 4}(\text{alred}) = \Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{alred}) + \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{alred}) + \Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{alred})$$

$$e) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 4}(\text{alred}) = (0 - 0.36 - 0.36) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = -0.72 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

$$\Delta S_{1 \rightarrow 4}(\text{univ}) = \Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{univ}) + \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{univ}) + \Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{univ})$$

$$f) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 4}(\text{univ}) = (0 + 0.06 + 0) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 0.06 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

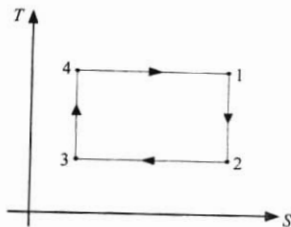
T K		$\Delta S/\text{kJK}^{-1}$			
		Sistema	Alrededores	Universo	Tipo de Proceso
1	700	1a 0	1d 0	1c 0	1b reversible
2	400	2a 0.42	2c -0.36	2d 0.06	2e irreversible
3	550	3c 0.36	-0.36	3b 0	reversible
4	550	3d 0.78	3e -0.72	3f 0.06	

1→4

Problema 1.

Un sistema que consta de 2 kg de helio inicialmente a 800 K realiza el ciclo ilustrado en el plano ST con un rendimiento de 50 %.

Si el sistema absorbe 1600 kJ de calor durante la expansión isotérmica, llenar la tabla.



	T/K	$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ	$\Delta S/\text{kJK}^{-1}$
1					
2					
3					
4					
1					
neto					

Datos: $m = 2\text{ kg}$, $R = 2.08\text{ kJ/kgK}$, $C_V = 3.12\text{ kJ/kgK}$

Solución:

Paso 1.

El diagrama ST muestra que los estados 4 y 1 tienen el mismo valor de temperatura; esto es que:

$$a) \quad T_4 = T_1 = 800\text{ K}$$

y que los procesos $(2 \rightarrow 3)$ y $(4 \rightarrow 1)$ son isotérmicos, lo que significa que:

$$b) \quad \Delta U_{2 \rightarrow 3} = 0 = \Delta U_{4 \rightarrow 1}$$

Los procesos $(1 \rightarrow 2)$ y $(3 \rightarrow 4)$ son es isoentrópicos, lo que significa que:

$$c) \quad Q_{1 \rightarrow 2} = 0 = Q_{3 \rightarrow 4}, \quad d) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 2} = 0 = \Delta S_{3 \rightarrow 4}$$

Como en un ciclo la variación total en cualquier variable termodinámica es igual a cero, entonces

$$e) \quad \Delta U_{\text{neto}} = 0 \quad y \quad f) \quad \Delta S_{\text{neto}} = 0$$

Paso 2.

En el plano ST el área bajo la curva representa al calor intercambiado por el sistema con los alrededores, de la figura se observa que el sistema absorbe calor durante el proceso $(4 \rightarrow 1)$, puesto que el área bajo esta curva es positiva; por lo tanto

$$a) \quad Q_a = 1600\text{ kJ} = Q_{4 \rightarrow 1}$$

Aplicando la ecuación de la 1ª Ley de la Termodinámica al proceso (4→1) y por el resultado del inciso (1b), se tiene que $\Delta U_{4\rightarrow1} = Q_{4\rightarrow1} - W_{4\rightarrow1} = 0$, de donde

b) $W_{4\rightarrow1} = Q_{4\rightarrow1} = 1600 \text{ kJ}$; que representa al trabajo realizado por el sistema durante la expansión isotérmica

De la definición de calor se tiene que $Q_{4\rightarrow1} = \int_4^1 T dS = T_1 \int_4^1 dS = T_1 \Delta S_{4\rightarrow1}$, de donde

$$c) \Delta S_{4\rightarrow1} = \frac{Q_{4\rightarrow1}}{T_1} = \frac{1600 \text{ kJ}}{800 \text{ K}} = 2 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Dado que $\Delta S_{\text{neto}} = 0 = \Delta S_{1\rightarrow2} + \Delta S_{2\rightarrow3} + \Delta S_{3\rightarrow4} + \Delta S_{4\rightarrow1}$

entonces:

$$d) \Delta S_{2\rightarrow3} = \Delta S_{\text{neto}} - (\Delta S_{1\rightarrow2} + \Delta S_{3\rightarrow4} + \Delta S_{4\rightarrow1}) = 0 - (0 + 0 + 2) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = -2 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

El sistema realiza un ciclo de Carnot, entonces $r = r_C$; esto es que:

$$r_C = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = 1 - \frac{T_1}{T_4}, \text{ por lo que: } \frac{T_3}{T_4} = 1 - r_C$$

$$\text{de donde: } e) T_3 = T_4 (1 - r_C) = (800 \text{ K})(1 - 0.5) = 400 \text{ K}$$

Además f) $T_2 = T_3 = 400 \text{ K}$, puesto que el proceso (2→3) ocurre a temperatura constante.

De la definición de calor se tiene que $Q_{2\rightarrow3} = \int_2^3 T dS = T \int_2^3 dS = T_2 \Delta S_{2\rightarrow3} = W_{2\rightarrow3}$, de donde

$$g) Q_{2\rightarrow3} = (400 \text{ K}) \left(-2 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \right) = -800 \text{ kJ} = W_{2\rightarrow3}$$

Paso 3.

El calor neto está dado como $Q_{\text{neto}} = 0 = Q_{1\rightarrow2} + Q_{2\rightarrow3} + Q_{3\rightarrow4} + Q_{4\rightarrow1}$,

$$a) Q_{\text{neto}} = (0 - 800 + 0 + 1600) \text{ kJ} = 800 \text{ kJ}$$

De la ecuación de la 1ª Ley de la Termodinámica $\Delta U_{\text{neto}} = Q_{\text{neto}} - W_{\text{neto}} = 0$ resulta que :

$$b) \quad W_{\text{neto}} = Q_{\text{neto}} = 800 \text{ kJ}$$

Paso 4.

Determinamos ahora la variación en la energía interna para: el proceso (1→2)

$$a) \quad \Delta U_{1 \rightarrow 2} = m C_v (T_2 - T_1) = (2 \text{ kg}) \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (400 - 800) \text{ K} = -2496 \text{ kJ}$$

y para el proceso (3→4)

$$b) \quad \Delta U_{3 \rightarrow 4} = m C_v (T_4 - T_3) = (2 \text{ kg}) \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (800 - 400) \text{ K} = 2496 \text{ kJ}$$

Como los procesos (1→2) y (3→4) son es isotérmicos, de la ecuación de 1ª Ley y por el inciso (1c) se tiene que:

$$c) \quad W_{1 \rightarrow 2} = -\Delta U_{1 \rightarrow 2} = -(-2496 \text{ kJ}) = 2496 \text{ kJ}$$

$$d) \quad W_{3 \rightarrow 4} = -\Delta U_{3 \rightarrow 4} = -(2496 \text{ kJ}) = -2496 \text{ kJ}$$

		T/K	$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ	$\Delta S/\text{kJK}^{-1}$
1	1a	800	4a -2496	1c 0	4c 2496	1d 0
2	2f	400	1b 0	2g -800	2g -800	2d -2
3	2e	400	4b 2496	1c 0	4d -2496	1d 0
4	1a	800	1b 0	2a 1600	2b 1600	2c 2
1	1a	800				
neto			1e 0	3a 800	3b 800	1f 0

Problema 2.

Un sistema que consta de 2 kg de helio inicialmente a la presión de 286 kPa y ocupando un volumen de 8 m³ realiza un ciclo constituido por los siguientes cambios:

En forma isotérmica su volumen disminuye en 5 m³ mediante un proceso isocórico su temperatura aumenta en 250 K; a continuación realiza un cambio isentrópico; finalmente, alcanza el estado inicial al efectuar un cambio isobárico.

a) Llenar la tabla, b) esbozar el diagrama del ciclo en los planos VP y ST , c) calcular el rendimiento r del ciclo.

	P / kPa	V / m ³	T / K	ΔU / kJ	Q / kJ	W / kJ	ΔS / kJ K ⁻¹
1							
2							
3							
4							
1							
neto							

Datos: $m = 2$ kg, $R = 2.08$ kJ/kgK, $C_V = 3.12$ kJ/kgK

Solución:

Paso 1.

Con los datos de C_V y R , se obtiene $C_p = C_V + R = 5.20 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$

De la ecuación de estado de gas ideal, $PV = mRT$ determinamos:

$$a) \quad T_1 = \frac{P_1 V_1}{mR} = \frac{\left(286 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}\right) (8 \text{ m}^3)}{(2 \text{ kg}) \left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}\right)} = 550 \frac{\text{kJ}}{\text{kJ}} = 550 \text{ K}$$

El proceso (1→2) es isotérmico; esto es que: $b) \quad T_2 = T_1 = 550 \text{ K}$

Durante este proceso el volumen disminuye en 5 m³, lo que significa que:

$$\Delta V_{1 \rightarrow 2} = -5 \text{ m}^3 = V_2 - V_1; \text{ de donde,}$$

$$c) \quad V_2 = V_1 + \Delta V_{1 \rightarrow 2} = (8 - 5) \text{ m}^3 = 3 \text{ m}^3$$

De la ecuación de procesos politrópicos $P_1 V_1^{\kappa} = P_2 V_2^{\kappa}$, con $\kappa_{1 \rightarrow 2} = 1$, esto es $P_2 V_2 = P_1 V_1$ determinamos:

$$d) P_2 = \frac{P_1 V_1}{V_2} = \frac{(286 \text{ kPa})(8 \text{ m}^3)}{(3 \text{ m}^3)} = 762.67 \text{ kPa}$$

Determinamos la variación en la entropía del sistema para este proceso como:

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = m C_v \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + m R \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = m R \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

$$e) \Delta S_{1 \rightarrow 2} = (2 \text{ kg}) \left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln \left(\frac{3}{8} \right) = -4.08 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Debido a que la temperatura es constante: $f) \Delta U_{1 \rightarrow 2} = 0$, y de la ecuación de 1ª Ley:

$$\Delta U_{1 \rightarrow 2} = Q_{1 \rightarrow 2} - W_{1 \rightarrow 2} = 0; \text{ resulta que: } Q_{1 \rightarrow 2} = W_{1 \rightarrow 2}$$

$$\text{De la definición de calor: } Q_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 T dS = T \int_1^2 dS = T_1 \Delta S_{1 \rightarrow 2}$$

$$g) Q_{1 \rightarrow 2} = (550 \text{ K}) \left(-4.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) = -2244 \text{ kJ} = W_{1 \rightarrow 2}$$

Paso 2.

El sistema pasa del estado 2 al 3 mediante un proceso isocórico en el que su temperatura aumenta en 250 K ; esto es: $a) V_3 = V_2 = 3 \text{ m}^3$

y $\Delta T_{2 \rightarrow 3} = 250 \text{ K} = T_3 - T_2$, de donde: $b) T_3 = T_2 + \Delta T_{2 \rightarrow 3} = (550 + 250) \text{ K} = 800 \text{ K}$

De la ecuación de estado de gas ideal, $PV = mRT$ obtenemos:

$$c) P_3 = \frac{mRT_3}{V_3} = \frac{(2 \text{ kg}) \left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (800 \text{ K})}{(3 \text{ m}^3)} = 1109.33 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} = 1109.33 \text{ kPa}$$

Determinamos la variación en la energía interna:

$$d) \Delta U_{2 \rightarrow 3} = m C_v (T_3 - T_2) = (2 \text{ kg}) \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (800 - 550) \text{ K} = 1560 \text{ kJ}$$

Como en este proceso el volumen es constante, $e) W_{2 \rightarrow 3} = 0$

y de la ecuación de 1ª Ley $\Delta U_{2 \rightarrow 3} = Q_{2 \rightarrow 3} - W_{2 \rightarrow 3} = 0$, resulta que

$$f) \quad Q_{2 \rightarrow 3} = \Delta U_{2 \rightarrow 3} = 1560 \text{ kJ}$$

La variación en la entropía del sistema en este proceso es:

$$\Delta S_{2 \rightarrow 3} = mC_v \ln\left(\frac{T_3}{T_2}\right) + mR \ln\left(\frac{V_3}{V_2}\right) = mC_v \ln\left(\frac{T_3}{T_2}\right)$$

$$g) \quad \Delta S_{2 \rightarrow 3} = (2 \text{ kg}) \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln\left(\frac{800}{550}\right) = 2.34 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Paso 3.

El sistema pasa del estado 3 al 4 en forma isoentrópica, por lo que:

$$a) \quad \Delta S_{3 \rightarrow 4} = 0 \quad y \quad b) \quad Q_{3 \rightarrow 4} = 0$$

Como el sistema regresa al estado inicial mediante un proceso isobárico, entonces:

$$c) \quad P_4 = P_1 = 286 \text{ kPa}$$

$$\text{Ahora bien; de la ecuación: } \Delta S_{3 \rightarrow 4} = mC_p \ln\left(\frac{T_4}{T_3}\right) - mR \ln\left(\frac{P_4}{P_3}\right) = 0$$

$$\text{se tiene que: } mC_p \ln\left(\frac{T_4}{T_3}\right) = mR \ln\left(\frac{P_4}{P_3}\right);$$

$$\ln\left(\frac{T_4}{T_3}\right) = (R/C_p) \ln\left(\frac{P_4}{P_3}\right) = \ln\left(\frac{P_4}{P_3}\right)^{(R/C_p)}; \quad \text{ó} \quad \left(\frac{T_4}{T_3}\right) = \left(\frac{P_4}{P_3}\right)^{(R/C_p)}; \quad \text{de donde:}$$

$$d) \quad T_4 = T_3 \left(\frac{P_4}{P_3} \right)^{(R/C_p)} = (800 \text{ K}) \left(\frac{286}{1109.33} \right)^{(2.08/5.20)} = 465.17 \text{ K}$$

De la ecuación de estado se calcula:

$$e) \quad V_4 = \frac{mRT_4}{P_4} = \frac{(2 \text{ kg}) \left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (465.17 \text{ K})}{\left(286 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} \right)} = 6.77 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} = 6.77 \text{ m}^3$$

Determinamos la variación en la energía interna para el proceso isentrópico:

$$f) \quad \Delta U_{3 \rightarrow 4} = mC_v (T_4 - T_3) = (2 \text{ kg}) \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (465.17 - 800) \text{ K} = -2089.34 \text{ kJ}$$

Como en este proceso el volumen es constante el calor intercambiado es igual a cero,

$$\text{de la ecuación de 1ª Ley: } g) \quad W_{3 \rightarrow 4} = -\Delta U_{3 \rightarrow 4} = -(-2089.34 \text{ kJ}) = 2089.34 \text{ kJ}$$

Paso 4.

Como el sistema realiza un ciclo, entonces:

$$a) \quad \Delta U_{\text{neto}} = \Delta U_{1 \rightarrow 2} + \Delta U_{2 \rightarrow 3} + \Delta U_{3 \rightarrow 4} + \Delta U_{4 \rightarrow 1} = 0; \text{ de donde,}$$

$$b) \quad \Delta U_{4 \rightarrow 1} = \Delta U_{\text{neto}} - (\Delta U_{1 \rightarrow 2} + \Delta U_{2 \rightarrow 3} + \Delta U_{3 \rightarrow 4}) = 0 - (0 + 1560 - 2089.34) \text{ kJ} = 529.34 \text{ kJ}$$

Para el proceso isobárico (4→1):

$$\text{De la definición de trabajo } W_{4 \rightarrow 1} = \int_4^1 P dV = \int_4^1 mRdT$$

$$\text{se tiene que: } W_{4 \rightarrow 1} = P_1 \Delta V_{4 \rightarrow 1} = mR \Delta T_{4 \rightarrow 1}$$

$$c) \quad W_{4 \rightarrow 1} = mR(T_1 - T_4) = (2 \text{ kg}) \left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (550 - 465.17) \text{ K} = 352.89 \text{ kJ}$$

De la ecuación de 1ª Ley, $\Delta U_{4 \rightarrow 1} = Q_{4 \rightarrow 1} - W_{4 \rightarrow 1}$, se obtiene que

$$d) \quad Q_{4 \rightarrow 1} = \Delta U_{4 \rightarrow 1} + W_{4 \rightarrow 1} = (529.34 + 352.89) \text{ kJ} = 882.23 \text{ kJ}$$

La variación en entropía del sistema para este proceso está dada como:

$$\Delta S_{4 \rightarrow 1} = mC_p \ln \left(\frac{T_1}{T_4} \right) - mR \ln \left(\frac{P_1}{P_4} \right) = mC_p \ln \left(\frac{T_1}{T_4} \right)$$

$$e) \Delta S_{4 \rightarrow 1} = (2 \text{ kg}) \left(5.20 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln \left(\frac{550}{465.17} \right) = 1.74 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Paso 5.

La variación neta o total en la entropía es:

$$a) \Delta S_{\text{neto}} = \Delta S_{1 \rightarrow 2} + \Delta S_{2 \rightarrow 3} + \Delta S_{3 \rightarrow 4} + \Delta S_{4 \rightarrow 1} = (-4.08 + 2.34 + 0 + 1.74) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 0$$

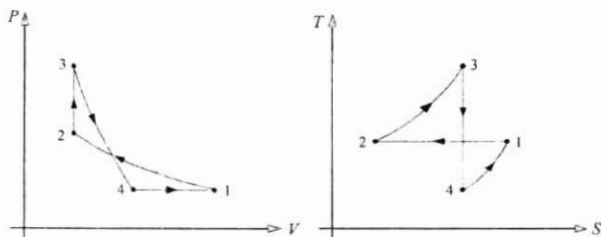
Finalmente, calculamos el trabajo neto, que es igual al calor neto mediante la suma de los trabajos (calores) en cada proceso

$$W_{\text{neto}} = W_{1 \rightarrow 2} + W_{2 \rightarrow 3} + W_{3 \rightarrow 4} - W_{4 \rightarrow 1} = Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{3 \rightarrow 4} + Q_{4 \rightarrow 1} = Q_{\text{neto}}$$

$$b) W_{\text{neto}} = (-2244 + 0 + 2089.34 + 352.89) \text{ kJ} = 198.23 \text{ kJ} = Q_{\text{neto}}$$

El rendimiento r del ciclo se obtiene como:

$$c) r = \frac{W}{Q_a} = 1 - \frac{Q_r}{Q_a} = 1 - \frac{Q_{1 \rightarrow 2}}{(Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{4 \rightarrow 1})} = 1 - \frac{2244}{(1560 + 882.23)} = 0.0812 = 8.12\%$$



	P kPa	V m ³	T K	ΔU kJ	Q kJ	W kJ	ΔS kJ/K
1	286	8	550				
2	762.67	3	550	1f 0	1g -2244	1g -2244	1e -4.08
3	1109.33	3	800	2d 1560	2f 1560	2e 0	2g 2.34
4	286	6.77	465.17	3f -2089.34	3b 0	3g 2089.34	3a 0
1	286	8	550	4b 529.34	4d 882.23	4c 352.89	4e 1.74
neto				4a 0	5b 198.23	5b 198.23	5a 0

Problema 3.

Un sistema que consta de 2 kg de helio a la temperatura inicial de 500 K, realiza los siguientes cambios:

Pasa del estado 1 al 2 mediante una expansión libre adiabática, duplicando su volumen; a continuación llega al estado 3, al ponerlo en contacto térmico (a volumen constante) con un almacén hasta que, al llegar al equilibrio su temperatura es de 1500 K; finalmente, mediante un proceso isoentrópico llega al estado 4, adquiriendo la temperatura inicial.

Llenar la tabla indicando en la última columna si el proceso es reversible o irreversible.

	T/K	$\Delta S/kJ.K^{-1}$			Tipo de Proceso
		Sistema	Alrededores	Universo	
1					
2					
3					
4					
1 → 4					

Datos: $m = 2\text{ kg}$, $R = 2.08\text{ kJ/kg.K}$, $C_V = 3.12\text{ kJ/kg.K}$

Solución:

Paso 1.

$$C_p = C_V + R = 5.20 \frac{\text{kJ}}{\text{kg.K}}$$

El estado inicial del sistema está caracterizado por las variables

$$(P_1, V_1, T_1) = (P_1, V_1, 500\text{ K})$$

El proceso que lleva al sistema del estado 1 al 2 consiste en una expansión libre adiabática, en la que el volumen se duplica, esto es:

$$a) \quad T_2 = T_1 = 500\text{ K}, \quad b) \quad V_2 = 2V_1, \quad c) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{alred}) = 0$$

El estado 2 del sistema queda caracterizado como:

$$(P_2, V_2, T_2) = (P_2, 2V_1, 500\text{ K})$$

La variación en la entropía del sistema para este proceso la calculamos como

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{sist}) = mC_V \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + mR \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = mR \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = mR \ln\left(\frac{2V_1}{V_1}\right)$$

$$d) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 2} (sist) = mR \ln(2) = (2 \text{ kg}) \left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln(2) = 2.88 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Calculamos la variación en la entropía del universo como:

$$e) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 2} (univ) = \Delta S_{1 \rightarrow 2} (sist) + \Delta S_{1 \rightarrow 2} (alred) = (2.88 + 0) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 2.88 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Como $\Delta S_{1 \rightarrow 2} (univ)$ es una cantidad positiva, concluimos que

f) el proceso (1→2) es irreversible.

Paso 2.

El sistema pasa del estado 2 al 3 intercambiando energía calorífica (manteniendo constante su volumen) con un almacén térmico hasta que, al llegar al equilibrio su temperatura es de 1500 K; esto es que:

$$a) \quad V_3 = V_2 = 2V_1, \quad b) \quad T_3 = 1500 \text{ K}$$

El estado 3 del sistema queda caracterizado por las variables

$$(P_3, V_3, T_3) = (P_3, 2V_1, 1500 \text{ K})$$

Además, $T_{alm} = T_3 = 1500 \text{ K}$; puesto que en el equilibrio, por la Ley Cero la temperatura del gas y la del almacén debe ser igual.

La variación en la entropía del sistema para este proceso la calculamos como

$$\Delta S_{2 \rightarrow 3} (sist) = mC_v \ln \left(\frac{T_3}{T_2} \right) + mR \ln \left(\frac{V_3}{V_2} \right) = mC_v \ln \left(\frac{T_3}{T_2} \right)$$

$$c) \quad \Delta S_{2 \rightarrow 3} (sist) = (2 \text{ kg}) \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \left(\frac{1500}{500} \right) = 6.85 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

La variación en la entropía de los alrededores para este proceso la calculamos como

$$\Delta S_{2 \rightarrow 3} (alred) = \Delta S_{2 \rightarrow 3} (alm \text{ term})$$

$$y \quad \Delta S_{2 \rightarrow 3} (alm \text{ term}) = \frac{Q_{alm}}{T_{alm}} = \frac{-Q_{sist}}{T_{alm}} = \frac{-\Delta U_{sist}}{T_{alm}} = \frac{-mC_V \Delta T}{T_{alm}}$$

$$\Delta S_{2 \rightarrow 3} (alred) = \frac{-mC_V (T_3 - T_2)}{T_{alm}}$$

$$d) \quad \Delta S_{2 \rightarrow 3} (alred) = \frac{-(2 \text{ kg}) \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (1500 - 500) \text{ K}}{1500 \text{ K}} = -4.16 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Para este proceso:

$$e) \quad \Delta S_{2 \rightarrow 3} (univ) = \Delta S_{2 \rightarrow 3} (sist) + \Delta S_{2 \rightarrow 3} (alred) = (6.85 - 4.16) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 2.69 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Como $\Delta S_{2 \rightarrow 3} (univ)$ es una cantidad positiva, concluimos que

f) el proceso ($2 \rightarrow 3$) es irreversible.

Paso 3.

El sistema pasa del estado 3 al 4 mediante un proceso isoentrópico, hasta que adquiere la temperatura inicial; esto significa que: lo cual significa que:

$$a) \quad T_4 = T_1 = 500 \text{ K}, \quad b) \quad \Delta S_{3 \rightarrow 4} (sist) = 0, \quad c) \quad \text{el proceso es reversible}$$

$$d) \quad \Delta S_{3 \rightarrow 4} (univ) = 0; \text{ por lo tanto, } e) \quad \Delta S_{3 \rightarrow 4} (alred) = 0$$

Paso 4.

Finalmente:

$$\Delta S_{1 \rightarrow 4} (sist) = \Delta S_{1 \rightarrow 2} (sist) + \Delta S_{2 \rightarrow 3} (sist) + \Delta S_{3 \rightarrow 4} (sist)$$

$$a) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 4} (sist) = (2.88 + 6.85 + 0) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 9.73 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

$$\Delta S_{1 \rightarrow 4}(\text{alred}) = \Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{alred}) + \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{alred}) + \Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{alred})$$

$$b) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 4}(\text{alred}) = (0 - 4.16 + 0) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = -4.16 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

$$\Delta S_{1 \rightarrow 4}(\text{univ}) = \Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{univ}) + \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{univ}) + \Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{univ})$$

$$c) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 4}(\text{univ}) = (2.88 + 2.69 + 0) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 5.57 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

d) Dado que $\Delta S_{1 \rightarrow 4}(\text{univ})$ es una cantidad positiva, concluimos que los tres procesos, en conjunto, a los que se somete el sistema dan como resultado un proceso irreversible.

T, K		$\Delta S/\text{kJ K}^{-1}$				Tipo de Proceso
		Sistema	Alrededores	Universo		
1	1a 500	1d 2.88	1c 0	1e 2.88	1f	irreversible
2	1a 500	2c 6.85	2d -4.16	2e 2.69	2f	irreversible
3	2b 1500	3b 0	3e 0	3d 0	3c	reversible
4	3a 500					
1 → 4		4a 9.73	4b -4.16	4c 5.57		

Problema 4.

Dos máquinas térmicas de Carnot están acopladas en serie como se indica en la figura.

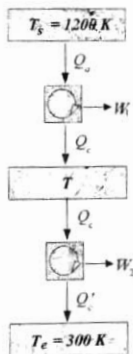
a) ¿Cuál es el valor de la variación total en la entropía del universo? ¿Por qué?

Considerando que $W_1 = W_2$, determinar:

b) La temperatura T del almacén intermedio,

c) los rendimientos r_1 y r_2 .

Si $Q_c = 600$ kJ, determinar: d) Q_a , e) W_1 y W_2 , f) Q_c

**Solución:**

a) Como las máquinas operan bajo el ciclo de Carnot, $r = r_c$ y la variación en la entropía del universo para cada una de ellas es igual a cero puesto que operan en forma posible reversible.

Para ambas máquinas se tiene que $\Delta S(sist) = 0$ porque opera cíclicamente y la correspondiente variación en la entropía del universo está dada como:

Para el almacén superior

$$\Delta S(univ) = \Delta S(sist) + \Delta S(alred) = 0 - \frac{Q_a}{T_h} + \frac{Q_c}{T} = 0; \text{ de donde: } \frac{T}{T_h} = \frac{Q_c}{Q_a}$$

Para el almacén inferior

$$\Delta S(\text{univ}) = \Delta S(\text{sist}) + \Delta S(\text{alred}) = 0 - \frac{Q_c}{T} + \frac{Q_c}{T_c} = 0; \text{ de donde: } \frac{T_c}{T} = \frac{Q_c}{Q_u}$$

Por otro lado, el rendimiento de cada máquina es:

Para la máquina superior

$$r_1 = 1 - \frac{T}{T_c} = \frac{W_1}{Q_u}, \text{ de donde } W_1 = Q_u \left(1 - \frac{T}{T_c} \right)$$

Para la máquina inferior

$$r_2 = 1 - \frac{T_c}{T} = \frac{W_2}{Q_c}, \text{ de donde } W_2 = Q_c \left(1 - \frac{T_c}{T} \right)$$

Dado que la condición que debe satisfacerse es $W_1 = W_2$, entonces:

$$Q_u \left(1 - \frac{T}{T_c} \right) = Q_c \left(1 - \frac{T_c}{T} \right), \text{ de aquí se tiene que}$$

$$\frac{Q_c}{Q_u} = \frac{\left(1 - \frac{T}{T_c} \right)}{\left(1 - \frac{T_c}{T} \right)}, \text{ y como } \frac{T}{T_c} = \frac{Q_c}{Q_u}; \text{ entonces}$$

$$\frac{T}{T_c} = \frac{\left(1 - \frac{T}{T_c} \right)}{\left(1 - \frac{T_c}{T} \right)}; \text{ desarrollando esta expresión;}$$

$$1 = \frac{T_c \left(1 - \frac{T}{T_c} \right)}{T \left(1 - \frac{T_c}{T} \right)}, \text{ esto es que: } 1 = \frac{T_c \left(1 - \frac{T}{T_c} \right)}{T \left(1 - \frac{T_c}{T} \right)} = \frac{(T_c - T)}{(T - T_c)},$$

ó

$(T - T_c) = (T_c - T)$, de aquí se tiene: $2T = T_c + T_c$, de donde finalmente se obtiene que:

$$b) \quad T = \frac{(T_s + T_c)}{2} = \frac{(1200 + 300) \text{ K}}{2} = 750 \text{ K}$$

c) el valor numérico del rendimiento de cada máquina es:

$$r_1 = 1 - \frac{T}{T_s} = 1 - \frac{750}{1200} = 0.375 = 37.5\%$$

y

$$r_2 = 1 - \frac{T_c}{T} = 1 - \frac{300}{750} = 0.60 = 60\%$$

Si $Q_c = 600 \text{ kJ}$:

Dado que $\frac{T}{T_s} = \frac{Q_c}{Q_a}$, entonces

$$d) \quad Q_a = \frac{Q_c T_s}{T} = \frac{(600 \text{ kJ})(1200 \text{ K})}{(750 \text{ K})} = 960 \text{ kJ}$$

e) El trabajo realizado por cada máquina es:

$$W_1 = Q_a \left(1 - \frac{T}{T_s} \right) = (960 \text{ kJ}) \left(1 - \frac{750}{1200} \right) = 360 \text{ kJ}$$

y

$$W_2 = Q_c \left(1 - \frac{T_c}{T} \right) = (600 \text{ kJ}) \left(1 - \frac{300}{750} \right) = 360 \text{ kJ}$$

Finalmente, de la ley de conservación de la energía: $W_2 = Q_c - Q_c'$, se obtiene

$$f) \quad Q_c' = Q_c - W_2 = (600 - 360) \text{ kJ} = 240 \text{ kJ}$$

Problema 1.

Un gas ideal experimenta los cambios siguientes: mediante un cambio adiabático pasa del estado 1 al 2, realizando los alrededores sobre el sistema un trabajo de 500 kJ; a presión constante llega al estado 3, disminuyendo su energía interna en 200 kJ; finalmente, en forma isocórica alcanza el estado 4 cediendo 900 kJ de calor.

Sabiendo que el trabajo total realizado por los alrededores sobre el sistema es de 1200 kJ, llenar los espacios vacíos en la tabla.

	$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ
1			
2			
3			
4			
total			

Solución:**Paso 1.**

El proceso (1→2) es adiabático, lo que significa que

$$a) \quad Q_{1 \rightarrow 2} = 0,$$

Como los alrededores realizan un trabajo de 500 kJ sobre el sistema, este trabajo es negativo,

$$b) \quad W_{1 \rightarrow 2} = -500 \text{ kJ}$$

De la ecuación de la 1ª Ley de la Termodinámica $\Delta U_{1 \rightarrow 2} = Q_{1 \rightarrow 2} - W_{1 \rightarrow 2}$, se tiene que,

$$c) \quad \Delta U_{1 \rightarrow 2} = -W_{1 \rightarrow 2} = -(-500 \text{ kJ}) = 500 \text{ kJ}$$

Paso 2.

Durante el proceso (2→3) la energía interna del sistema disminuye en 200 kJ; esto es que:

$$a) \quad \Delta U_{2 \rightarrow 3} = -200 \text{ kJ}$$

Paso 3.

El sistema llega al estado 4 mediante un proceso isocórico, cediendo 900 kJ de calor; esto significa que:

$$a) \quad W_{3 \rightarrow 4} = 0, \quad b) \quad Q_{3 \rightarrow 4} = -900 \text{ kJ}$$

De 1ª Ley $\Delta U_{3 \rightarrow 4} = Q_{3 \rightarrow 4} - W_{3 \rightarrow 4}$: se infiere que

$$c) \Delta U_{3 \rightarrow 4} = Q_{3 \rightarrow 4} = -900 \text{ kJ}$$

Se sabe que los alrededores realizan un trabajo total de 1200 kJ sobre el sistema; esto es que:

$$d) W_{\text{total}} = -1200 \text{ kJ}$$

Como $W_{\text{total}} = W_{1 \rightarrow 2} + W_{2 \rightarrow 3} + W_{3 \rightarrow 4}$, entonces

$$e) W_{2 \rightarrow 3} = W_{\text{total}} - (W_{1 \rightarrow 2} + W_{3 \rightarrow 4}) = -1200 \text{ kJ} - (-500 + 0) \text{ kJ} = -700 \text{ kJ}$$

De la ecuación de 1ª Ley $\Delta U_{2 \rightarrow 3} = Q_{2 \rightarrow 3} - W_{2 \rightarrow 3}$, resulta

$$f) Q_{2 \rightarrow 3} = \Delta U_{2 \rightarrow 3} + W_{2 \rightarrow 3} = (-200 - 700) \text{ kJ} = -900 \text{ kJ}$$

Paso 4.

Finalmente,

$$a) U_{\text{total}} = \Delta U_{1 \rightarrow 2} + \Delta U_{2 \rightarrow 3} + \Delta U_{3 \rightarrow 4} = (500 - 200 - 900) \text{ kJ} = -600 \text{ kJ}$$

De la ecuación de 1ª Ley $\Delta U_{\text{total}} = Q_{\text{total}} - W_{\text{total}}$ se tiene finalmente que:

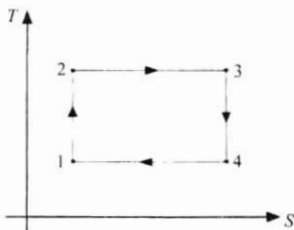
$$b) Q_{\text{total}} = \Delta U_{\text{total}} + W_{\text{total}} = (-600 - 1200) \text{ kJ} = -1800 \text{ kJ}$$

	$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ
1	$1c$ 500	$1a$ 0	$1b$ -500
2	$2a$ -200	$2f$ -900	$2e$ -700
3	$3c$ -900	$3b$ -900	$3a$ 0
4			
total	$4a$ -600	$4b^*$ -1800	$3d$ -1200

Problema 2.

Un sistema que consta de 3 kg de helio inicialmente a 320 K, efectúa el ciclo ilustrado en el plano ST con un rendimiento de 60 %.

Sabiendo que la entropía del sistema disminuye en 4 kJ/K, llenar los espacios vacíos en la tabla.



	T/K	$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ	$\Delta S/\text{kJK}^{-1}$
1					
2					
3					
4					
1					
neto					

Datos : $m = 3 \text{ kg}$, $R = 2.08 \text{ kJ/kgK}$, $C_V = 3.12 \text{ kJ/kgK}$

Solución:

Paso 1.

El diagrama ST muestra que los estados 4 y 1 tienen el mismo valor de temperatura; esto es:

a) $T_4 = T_1 = 320 \text{ K}$

El diagrama ST también muestra que los procesos $(2 \rightarrow 3)$ y $(4 \rightarrow 1)$ son isotérmicos, lo que significa que

b) $\Delta U_{2 \rightarrow 3} = 0 = \Delta U_{4 \rightarrow 1}$

Los procesos $(1 \rightarrow 2)$ y $(3 \rightarrow 4)$ son isoentrópicos, por lo que

c) $Q_{1 \rightarrow 2} = 0 = Q_{3 \rightarrow 4}$, d) $\Delta S_{1 \rightarrow 2} = 0 = \Delta S_{3 \rightarrow 4}$

Como en un ciclo la variación total en cualquier variable termodinámica es igual a cero, entonces

e) $\Delta U_{\text{neto}} = 0$ y f) $\Delta S_{\text{neto}} = 0$

Paso 2.

Del diagrama ST se observa que la entropía del sistema disminuye durante el proceso $(4 \rightarrow 1)$, por lo que

a) $\Delta S_{4 \rightarrow 1} = -4 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$

Dado que $\Delta S_{\text{neto}} = \Delta S_{1 \rightarrow 2} + \Delta S_{2 \rightarrow 3} + \Delta S_{3 \rightarrow 4} + \Delta S_{4 \rightarrow 1} = 0$, entonces

$$b) \Delta S_{2 \rightarrow 3} = \Delta S_{\text{neto}} - (\Delta S_{1 \rightarrow 2} + \Delta S_{3 \rightarrow 4} + \Delta S_{4 \rightarrow 1}) = 0 - (0 + 0 - 4) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 4 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Dado que para el proceso isotérmico (4→1) la variación en la energía interna es igual a cero, entonces de 1ª Ley se tiene que $Q_{4 \rightarrow 1} = W_{4 \rightarrow 1}$.

De la definición de calor se tiene que $Q_{4 \rightarrow 1} = \int_4^1 T dS = T \int_4^1 dS = T_1 \Delta S_{4 \rightarrow 1} = W_{4 \rightarrow 1}$, esto es

$$c) Q_{4 \rightarrow 1} = (320 \text{ K}) \left(-4 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \right) = -1280 \text{ kJ} = W_{4 \rightarrow 1}$$

De la definición de rendimiento: $r = 1 - \frac{Q_c}{Q_o} = 1 - \frac{Q_{4 \rightarrow 1}}{Q_{2 \rightarrow 3}} = 0.6$, esto es $\frac{Q_{4 \rightarrow 1}}{Q_{2 \rightarrow 3}} = 1 - r$

por lo tanto:

$$d) Q_{2 \rightarrow 3} = \frac{Q_{4 \rightarrow 1}}{(1-r)} = \frac{1280 \text{ kJ}}{(1-0.6)} = 3200 \text{ kJ}$$

Además: $e) W_{2 \rightarrow 3} = Q_{2 \rightarrow 3} = 3200 \text{ kJ}$

Paso 3.

De la definición de calor aplicada al proceso isotérmico (2→3) se tiene que

$$Q_{2 \rightarrow 3} = \int_2^3 T dS = T_2 \int_2^3 dS = T_2 \Delta S_{2 \rightarrow 3}, \text{ de donde}$$

$$a) T_2 = \frac{Q_{2 \rightarrow 3}}{\Delta S_{2 \rightarrow 3}} = \frac{3200 \text{ kJ}}{4 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}} = 800 \text{ K} = T_3$$

El calor neto está dado como $Q_{\text{neto}} = Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{3 \rightarrow 4} + Q_{4 \rightarrow 1}$, por lo que

$$b) Q_{\text{neto}} = (0 + 3200 + 0 - 1280) \text{ kJ} = 1920 \text{ kJ}$$

De la ecuación de la 1ª Ley de la Termodinámica $\Delta U_{\text{neto}} = Q_{\text{neto}} - W_{\text{neto}}$, se infiere que

$$c) W_{\text{neto}} = 1920 \text{ kJ} = Q_{\text{neto}}$$

Paso 4.

Determinamos ahora la variación en la energía interna para el proceso (1→2):

$$a) \quad \Delta U_{1 \rightarrow 2} = m C_v (T_2 - T_1) = (3 \text{ kg}) \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \right) (800 - 320) \text{ K} = 4492.8 \text{ kJ}$$

y para el proceso (3→4):

$$b) \quad \Delta U_{3 \rightarrow 4} = m C_v (T_4 - T_3) = (3 \text{ kg}) \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \right) (320 - 800) \text{ K} = -4492.8 \text{ kJ}$$

Como los procesos (1→2) y (3→4) son es isoentrópicos, de la ecuación de 1ª Ley se tiene que:

$$c) \quad W_{1 \rightarrow 2} = -\Delta U_{1 \rightarrow 2} = -(4492.8 \text{ kJ}) = -4492.8 \text{ kJ}$$

$$d) \quad W_{3 \rightarrow 4} = -\Delta U_{3 \rightarrow 4} = -(-4492.8 \text{ kJ}) = 4492.8 \text{ kJ}$$

	T/K	$\Delta U/\text{kJ}$	Q/kJ	W/kJ	$\Delta S/\text{kJK}^{-1}$
1	1a 320	4a 4492.8	1c 0	4c -4492.8	1d 0
2	3a 800	1b 0	2d 3200	2e 3200	2b 4
3	3a 800	4b -4492.8	1c 0	4d 4492.8	1d 0
4	1a 320	1b 0	2c -1280	2c -1280	2a -4
1	1a 320				
neto		1e 0	3b 1920	3c 1920	1f 0

Problema 3.

Se desea variar la presión desde un valor de 936 kPa hasta 500 kPa; para un sistema que consta de 3 kg de helio inicialmente a 4 m^3 . Para lograrlo se proponen dos formas alternas, partiendo el sistema de las mismas condiciones iniciales.

Forma i) El sistema se pone en contacto térmico (a volumen constante) con un almacén hasta que ambos alcanzan el equilibrio.

Forma ii) El sistema experimenta una expansión libre adiabática.

a) Para la *Forma (i)*, determinar la temperatura del almacén, b) para la *Forma (ii)*, determinar el volumen final del sistema, c) indique por medio de cálculos cual de las dos formas de variar la presión del sistema se desvía menos de un proceso reversible.

Datos : $m = 3 \text{ kg}$, $R = 2.08 \text{ kJ/kgK}$, $C_V = 3.12 \text{ kJ/kgK}$

Solución:

Paso 1.

De la ecuación de estado $PV = mRT$, se determina la temperatura inicial

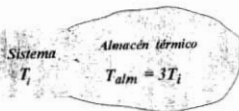
$$T_i = \frac{PV_i}{mR} = \frac{\left(936 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}\right)(4 \text{ m}^3)}{(3 \text{ kg})\left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}\right)} = 600 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 600 \text{ K}$$

Por lo tanto el estado inicial del sistema, para ambas formas de variar la presión, es

$$(P_i, V_i, T_i) = (936 \text{ kPa}, 4 \text{ m}^3, 600 \text{ K})$$

Solución:

Forma i):



Estando el sistema en el estado (P_i, V_i, T_i) , intercambia energía calorífica (manteniendo constante su volumen) con un almacén térmico cuya temperatura es T_{alm} hasta que alcanzan el equilibrio.

De la ecuación de estado se determina la temperatura final del sistema, misma que de acuerdo con la Ley Cero coincide con la temperatura del almacén; esto es

$$T_f = \frac{P_f V_f}{mR} = \frac{\left(500 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}\right) (4 \text{ m}^3)}{(3 \text{ kg}) \left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}\right)} = 320.51 \frac{\text{kJ}}{\frac{\text{kJ}}{\text{K}}} = 320.51 \text{ K}$$

De aquí que:

$$a) \quad T_{alm} = T_f = 320.51 \text{ K}$$

El estado final del sistema, para esta forma de variar la presión, es:

$$(P_f, V_f, T_f) = (500 \text{ kPa}, 4 \text{ m}^3, 320.51 \text{ K})$$

La variación en la entropía del sistema esta dada por

$$\Delta S_{i \rightarrow f} (sist) = mC_v \ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right) + mR \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right) = mC_v \ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right)$$

$$\Delta S_{i \rightarrow f} (sist) = (3 \text{ kg}) \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln \left(\frac{320.51}{600} \right) = -5.87 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

La variación en la entropía de los alrededores es igual al cambio en la entropía del almacén térmico, esto es

$$\Delta S_{i \rightarrow f} (alred) = \Delta S_{i \rightarrow f} (alm)$$

en donde

$$\Delta S_{i \rightarrow f} (alm) = \frac{Q_{alm}}{T_{alm}} = \frac{-Q_{sist}}{T_{alm}} = \frac{-\Delta U_{sist}}{T_{alm}} = \frac{-mC_v \Delta T}{T_{alm}} = \frac{-mC_v (T_f - T_i)}{T_{alm}}$$

$$\Delta S_{i \rightarrow f} (alred) = \frac{-(3 \text{ kg}) \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (320.51 - 600) \text{ K}}{(320.51 \text{ K})} = 8.16 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

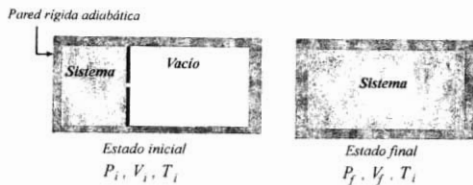
Para este proceso: $\Delta S_{i \rightarrow f} (univ) = \Delta S_{i \rightarrow f} (sist) + \Delta S_{i \rightarrow f} (alred)$; esto es que

$$\Delta S_{i \rightarrow f} (univ) = (-5.87 + 8.16) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 2.29 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

El que $\Delta S_{i \rightarrow f} (univ)$ sea una cantidad positiva implica que este proceso es irreversible.

Solución:

Forma ii):



Partiendo el sistema del estado inicial $(P_i, V_i, T_i) = (936 \text{ kPa}, 4 \text{ m}^3, 600 \text{ K})$, experimenta una expansión libre adiabática, hasta que alcanza la presión final de 500 kPa . En este proceso la temperatura del sistema permanece constante $T_f = T_i = 600 \text{ K}$; así que de la ecuación de estado calculamos el volumen final alcanzado por el sistema

$$b) \quad V_f = \frac{mRT_f}{P_f} = \frac{(3 \text{ kg}) \left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (600 \text{ K})}{\left(500 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} \right)} = 7.49 \frac{\text{kJ}}{\text{kJ}} = 7.49 \text{ m}^3$$

El estado final del sistema es: $(P_f, V_f, T_f) = (500 \text{ kPa}, 7.49 \text{ m}^3, 600 \text{ K})$.

Para este caso, la variación en la entropía del sistema es:

$$\Delta S_{i \rightarrow f} (sist) = mC_v \ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right) + mR \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right) = mR \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right)$$

$$\Delta S_{i \rightarrow f} (sist) = \left(3 \text{ kg} \right) \left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln \left(\frac{7.49}{4} \right) = 3.91 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

y como $\Delta S_{i \rightarrow f} (alred) = 0$, entonces

$$\Delta S_{i \rightarrow f} (univ) = \Delta S_{i \rightarrow f} (sist) + \Delta S_{i \rightarrow f} (alred) = (3.91 + 0) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 3.91 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Como el valor de $\Delta S_{i \rightarrow f} (univ)$ es positivo, entonces se concluye que la *Forma ii* de variar la presión del sistema es un proceso irreversible.

Ambas formas de variar la presión del sistema representan procesos irreversibles; no obstante, se desviará menos de un proceso reversible aquella cuyo valor de $\Delta S_{i \rightarrow f} (univ)$ esté más cercana al valor cero (que corresponde a un proceso reversible). La que se desvía menos de un proceso reversible es

c) *Forma (i)*

Problema 4.

Un sistema que consta de 3 kg de helio inicialmente a 1560 kPa y 1000 K, efectúa los cambios que se describen a continuación:

1→2: el sistema se pone en contacto térmico (a volumen constante) con un almacén hasta que, al llegar al equilibrio su presión ha aumentado en 468 kPa;

2→3: el sistema se expande libremente, disminuyendo su presión en 675 kPa

3→4: el sistema se pone en contacto térmico (a volumen constante) con un almacén hasta que, al llegar al equilibrio su presión ha disminuido en 520 kPa.

Llenar la tabla indicando en la última columna si el proceso es reversible o irreversible.

	P/kPa	V/m^3	T/K	$\Delta S/\text{kJK}^{-1}$			Tipo de Proceso
				Sistema	Alrededores	Universo	
1							
2							
3							
4							
1 → 4							

Datos: $m = 3 \text{ kg}$, $R = 2.08 \text{ kJ/kgK}$, $C_V = 3.12 \text{ kJ/kgK}$

Solución:

Paso 1.

De la ecuación de estado de gas ideal, se tiene que:

$$a) \quad V_1 = \frac{mRT_1}{P_1} = \frac{(3 \text{ kg}) \left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (1000 \text{ K})}{\left(1560 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} \right)} = 4 \frac{\text{kJ}}{\frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}} = 4 \text{ m}^3$$

El sistema pasa del estado 1 al 2 debido a la interacción únicamente térmica con un almacén hasta que, al llegar al equilibrio, la presión del sistema ha aumentado en 468 kPa; esto significa que:

$$b) \quad V_2 = V_1 = 4 \text{ m}^3, \text{ y } \Delta P_{1 \rightarrow 2} = P_2 - P_1 = 468 \text{ kPa}; \text{ de donde:}$$

$$c) \quad P_2 = P_1 + \Delta P_{1 \rightarrow 2} = (1560 + 468) \text{ kPa} = 2028 \text{ kPa}$$

De la ecuación de estado de gas ideal, determinamos:

$$d) \quad T_2 = \frac{P_2 V_2}{mR} = \frac{\left(2028 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} \right) (4 \text{ m}^3)}{(3 \text{ kg}) \left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right)} = 1300 \frac{\text{kJ}}{\frac{\text{kJ}}{\text{K}}} = 1300 \text{ K}$$

Además: $\epsilon) T_{alm} = T_2 = 1300 \text{ K}$

La variación en la entropía del sistema para el proceso (1→2) es:

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} (sist) = mC_v \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + mR \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = mC_v \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)$$

$$f) \Delta S_{1 \rightarrow 2} (sist) = (3 \text{ kg}) \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln \left(\frac{1300}{1000} \right) = 2.46 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

La variación en la entropía de los alrededores para este proceso la calculamos como

$\Delta S_{1 \rightarrow 2} (alred) = \Delta S_{1 \rightarrow 2} (alm)$, en donde

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} (alm) = \frac{Q_{alm}}{T_{alm}} = \frac{-Q_{sist}}{T_{alm}} = \frac{-\Delta U_{sist}}{T_{alm}} = \frac{-mC_v \Delta T}{T_{alm}}$$

$$g) \Delta S_{1 \rightarrow 2} (alred) = \frac{-mC_v (T_2 - T_1)}{T_{alm}} = \frac{-(3 \text{ kg}) \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (1300 - 1000) \text{ K}}{(1300 \text{ K})} = -2.16 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Para este proceso: $\Delta S_{1 \rightarrow 2} (univ) = \Delta S_{1 \rightarrow 2} (sist) + \Delta S_{1 \rightarrow 2} (alred)$

$$h) \Delta S_{1 \rightarrow 2} (univ) = (2.46 - 2.16) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 0.30 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Como $\Delta S_{1 \rightarrow 2} (univ)$ es una cantidad positiva, concluimos que

i) este proceso es irreversible.

Paso 2.

El sistema pasa del estado 2 al 3 debido a una expansión libre adiabática en la que la presión del sistema disminuye en 675 kPa; esto es equivalente a:

$$a) \quad T_3 = T_2 = 1300 \text{ K}, \text{ y } \Delta P_{2 \rightarrow 3} = P_3 - P_2 = -675 \text{ kPa}; \text{ de donde:}$$

$$b) \quad P_3 = P_2 + \Delta P_{2 \rightarrow 3} = (2028 - 675) \text{ kPa} = 1353 \text{ kPa}$$

De la ecuación de estado de gas ideal, determinamos

$$c) \quad V_3 = \frac{mRT_3}{P_3} = \frac{(3 \text{ kg}) \left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) (1300 \text{ K})}{\left(1353 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} \right)} = 6 \frac{\text{kJ}}{\frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}} = 6 \text{ m}^3$$

La expansión libre y adiabática está caracterizada por: $d) \quad \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{alred}) = 0$

La variación en la entropía del sistema para este proceso la calculamos como

$$\Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{sist}) = mC_V \ln \left(\frac{T_3}{T_2} \right) + mR \ln \left(\frac{V_3}{V_2} \right) = mR \ln \left(\frac{V_3}{V_2} \right)$$

$$e) \quad \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{sist}) = (3 \text{ kg}) \left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right) \ln \left(\frac{6}{4} \right) = 2.53 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

La variación en la entropía del universo es:

$$f) \quad \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{univ}) = \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{sist}) + \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{alred}) = (2.53 + 0) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 2.53 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Como $\Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{univ})$ es una cantidad positiva, concluimos que

g) el proceso (2→3) es irreversible.

Paso 3.

El sistema pasa del estado 3 al 4 debido a la interacción únicamente térmica con un almacén hasta que, al llegar al equilibrio, la presión del sistema ha disminuido en 520 kPa; esto significa que:

$$a) \quad V_4 = V_3 = 6 \text{ m}^3, \text{ y } \Delta P_{3 \rightarrow 4} = P_4 - P_3 = -520 \text{ kPa}; \text{ de donde:}$$

$$b) \quad P_4 = P_3 + \Delta P_{3 \rightarrow 4} = (1353 - 520) \text{ kPa} = 833 \text{ kPa}$$

De la ecuación de estado de gas ideal resulta que:

$$c) \quad T_4 = \frac{P_4 V_4}{mR} = \frac{\left(833 \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3}\right) \left(6 \text{ m}^3\right)}{(3 \text{ kg}) \left(2.08 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}\right)} = 800.96 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 800.96 \text{ K} = 801 \text{ K}$$

La variación en la entropía del sistema para el proceso (3→4) se determina como:

$$\Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{sist}) = mC_v \ln\left(\frac{T_4}{T_3}\right) + mR \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) = mC_v \ln\left(\frac{T_4}{T_3}\right)$$

$$d) \quad \Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{sist}) = (3 \text{ kg}) \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}\right) \ln\left(\frac{801}{1300}\right) = -4.53 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

La variación en la entropía de los alrededores la calculamos como

$$\Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{alred}) = \Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{alm}), \text{ en donde}$$

$$\Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{alm}) = \frac{Q_{alm}}{T_{alm}} = \frac{-Q_{sist}}{T_{alm}} = \frac{-\Delta U_{sist}}{T_{alm}} = \frac{-mC_v \Delta T}{T_{alm}}$$

$$e) \quad \Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{alred}) = \frac{-mC_v (T_4 - T_3)}{T_{alm}} = \frac{-(3 \text{ kg}) \left(3.12 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}\right) (801 - 1300) \text{ K}}{(801 \text{ K})} = 5.83 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

$$\text{Para este proceso: } \Delta S_{1 \rightarrow 4}(\text{univ}) = \Delta S_{1 \rightarrow 4}(\text{sist}) + \Delta S_{1 \rightarrow 4}(\text{alred})$$

$$f) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 4}(\text{univ}) = (-4.53 + 5.83) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 1.30 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

Como $\Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{univ})$ es una cantidad positiva, concluimos que

g) este proceso es irreversible

Paso 4.

Finalmente:

$$\Delta S_{1 \rightarrow 4}(\text{sist}) = \Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{sist}) + \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{sist}) + \Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{sist})$$

$$a) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 4}(\text{sist}) = (2.46 + 2.53 - 4.53) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 0.46 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

$$\Delta S_{1 \rightarrow 4}(\text{alred}) = \Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{alred}) + \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{alred}) + \Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{alred})$$

$$b) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 4}(\text{alred}) = (-2.16 + 0 + 5.83) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 3.67 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

$$\Delta S_{1 \rightarrow 4}(\text{univ}) = \Delta S_{1 \rightarrow 2}(\text{univ}) + \Delta S_{2 \rightarrow 3}(\text{univ}) + \Delta S_{3 \rightarrow 4}(\text{univ})$$

$$c) \quad \Delta S_{1 \rightarrow 4}(\text{univ}) = (0.30 + 2.53 + 1.30) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 4.13 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

d) Dado que $\Delta S_{1 \rightarrow 4}(\text{univ})$ es una cantidad positiva, concluimos que los tres procesos, en conjunto, a los que se somete el sistema dan como resultado un proceso irreversible.

	P/kPa	V/m^3	T/K	$\Delta S/\text{kJK}^{-1}$			Tipo de Proceso
				Sistema	Alrededores	Universo	
1	1560	1a 4	1000	1f 2.46	1g -2.16	1h 0.30	1i irreversible
2	2028	1b 4	1300	2e 2.53	2d 0	2f 2.53	2g irreversible
3	1353	2c 6	1300	3d 4.53	3e 5.83	3f 1.30	3g irreversible
4	833	3a 6	801				
1 → 4				4a 0.46	4b 3.67	4c 4.13	

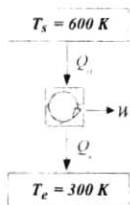
Problema 5.

Se desea diseñar un dispositivo tal que al efectuar un ciclo absorba la energía Q_a de un almacén térmico a 600 K ; ceda la energía Q_c a un almacén térmico a 300 K y efectúe un trabajo neto W . En la tabla adjunta se presentan algunas propuestas para los valores Q_a , Q_c y W , clasificar cada una de ellas como:

- a) *Posible reversible* : la energía se conserva y la entropía del universo es constante.
 b) *Posible irreversible* : la energía se conserva y la entropía del universo aumenta.
 c) *Imposible* : la energía se conserva y la entropía del universo disminuye.
 d) *Imposible* : la energía no se conserva y la entropía del universo es constante.
 e) *Imposible* : la energía no se conserva y la entropía del universo aumenta.
 f) *Imposible* : la energía no se conserva y la entropía del universo disminuye.

Datos: $T_s = 600\text{ K}$, $T_c = 300\text{ K}$

Solución:



Que la energía se conserva significa que

$$(i) \quad W = Q_a - Q_c$$

La variación en la entropía del universo está dada como: $\Delta S_{univ} = \Delta S_{sist} + \Delta S_{elred}$

En donde $\Delta S_{sist} = 0$ porque el sistema opera ciclicamente, y

$$\Delta S_{elred} = \Delta S_{alm T_s} + \Delta S_{alm T_c} = -\frac{Q_a}{T_s} + \frac{Q_c}{T_c}; \text{ de aquí que: } \Delta S_{univ} = 0 - \frac{Q_a}{T_s} + \frac{Q_c}{T_c}$$

esto es:

$$(ii) \quad \Delta S_{univ} = -\frac{Q_a}{T_s} + \frac{Q_c}{T_c}$$

Para cada una de las propuestas de la tabla inferior se harán los cálculos indicados en (i) y (ii) además de tomar en cuenta que

Si $\Delta S(\text{univ}) = 0$, entonces la entropía del universo es constante

Si $\Delta S(\text{univ}) > 0$, entonces la entropía del universo aumenta

Si $\Delta S(\text{univ}) < 0$, entonces la entropía del universo disminuye

lo cual nos permitirá hacer la clasificación correspondiente.

Caso 1:

$W = Q_a - Q_c = (600 - 200) \text{ kJ} = 400 \text{ kJ} \neq 300 \text{ kJ}$; por lo tanto, la energía no se conserva

$$\Delta S_{\text{univ}} = -\frac{Q_a}{T_s} + \frac{Q_c}{T_e} = \left(-\frac{600}{600} + \frac{200}{300} \right) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = -0.33 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}; \text{ la entropía del universo disminuye}$$

Por lo que la clasificación correspondiente es: (f)

Caso 2:

$W = Q_a - Q_c = (400 - 300) \text{ kJ} = 100 \text{ kJ} = 100 \text{ kJ}$; por lo tanto, la energía se conserva

$$\Delta S_{\text{univ}} = -\frac{Q_a}{T_s} + \frac{Q_c}{T_e} = \left(-\frac{400}{600} + \frac{300}{300} \right) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 0.33 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}; \text{ la entropía del universo aumenta}$$

Por lo que la clasificación correspondiente es: (b)

Caso 3:

$W = Q_a - Q_c = (600 - 300) \text{ kJ} = 300 \text{ kJ} \neq 200 \text{ kJ}$; por lo tanto, la energía no se conserva

$$\Delta S_{\text{univ}} = -\frac{Q_a}{T_s} + \frac{Q_c}{T_e} = \left(-\frac{600}{600} + \frac{300}{300} \right) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 0; \text{ la entropía del universo es constante}$$

Por lo que la clasificación correspondiente es: (d)

Caso 4:

$W = Q_c - Q_f = (600 - 200) \text{ kJ} = 400 \text{ kJ} = 400 \text{ kJ}$; por lo tanto, la energía se conserva

$$\Delta S_{\text{universo}} = -\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} = \left(-\frac{600}{600} + \frac{200}{300} \right) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = -0.33 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}; \text{ la entropía del universo disminuye}$$

Por lo que la clasificación correspondiente es: (c)

Caso 5:

$W = Q_c - Q_f = (600 - 300) \text{ kJ} = 300 \text{ kJ} = 300 \text{ kJ}$; por lo tanto, la energía se conserva

$$\Delta S_{\text{universo}} = -\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} = \left(-\frac{600}{600} + \frac{300}{300} \right) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 0; \text{ la entropía del universo es constante}$$

Por lo que la clasificación correspondiente es: (a)

Caso 6:

$W = Q_c - Q_f = (400 - 300) \text{ kJ} = 100 \text{ kJ} \neq 300 \text{ kJ}$; por lo tanto, la energía no se conserva

$$\Delta S_{\text{universo}} = -\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} = \left(-\frac{400}{600} + \frac{300}{300} \right) \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = 0.33 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}; \text{ la entropía del universo aumenta}$$

Por lo que la clasificación correspondiente es: (e)

Q_c kJ	600	400	600	600	600	400
Q_f kJ	200	300	300	200	300	300
W kJ	300	100	200	400	300	300
Clasificación	f	b	d	c	a	e

APÉNDICE 1

PROPIEDADES DE ALGUNOS GASES IDEALES

Gas	Fórmula Química	Peso Molecular	$R \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right]$	$C_p \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right]$	$C_v \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right]$	$\kappa = \frac{C_p}{C_v} = \gamma$
Aire	-----	28.970	0.28700	1.0035	0.7165	1.400
Argón	Ar	39.948	0.20813	0.5203	0.3122	1.667
Butano	C ₄ H ₁₀	58.124	0.14304	1.7164	1.5734	1.091
Carbono, Bióxido	CO ₂	44.010	0.18892	0.8418	0.6529	1.289
Carbono, Monóxido	CO	28.010	0.29683	1.0413	0.7445	1.4000
Etano	C ₂ H ₆	30.070	0.27650	1.7662	1.4897	1.186
Etileno	C ₂ H ₄	28.054	0.29637	1.5482	1.2518	1.237
Helio	He	4.003	2.07703	5.1926	3.1156	1.667
Hidrógeno	H	2.016	4.12418	14.2091	10.0849	1.409
Metano	CH ₄	16.040	0.51835	2.2537	1.7354	1.299
Neón	Ne	20.083	0.41195	1.0299	0.6179	1.667
Nitrógeno	N ₂	28.013	0.29680	1.0416	0.7448	1.400
Octano	C ₈ H ₁₈	114.230	0.07279	1.7113	1.6385	1.044
Oxígeno	O ₂	31.999	0.25983	0.9216	0.6618	1.393
Propano	C ₃ H ₈	44.097	0.18855	1.6794	1.4909	1.126
Vapor	H ₂ O	18.015	0.46152	1.8723	1.4108	1.327

Nota: C_p , C_v y γ están dadas a 300 K

Fuente: Van Wylen G. J., Sonntag R. E., "Fundamentos de Termodinámica Clásica", Edit. LIMUSA, 2005.

Edit. LIMUSA, 2005

García-Colín Scherer L., “*Introducción a la Termodinámica Clásica*”, Ed. Trillas, Cuarta edición, 1989.

García-Colín Scherer L., Ponce Ramírez L., “*Problemario de Termodinámica Clásica*”, Edit. Trillas, Segunda edición, primera reimpresión, 1991.

García Cruz L. M., Luna García H. M., Navarrete González T. D., Rocha Martínez J.A., “*Elementos de Termodinámica*”, Ed. División de Ciencias Básicas e Ingeniería, Departamento de Ciencias Básicas, Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco, 2007.

Medina Nicolau F., Espinosa Rubio M. E., García Cruz L. M., “*Termodinámica*, Ed. División de Ciencias Básicas e Ingeniería”, Departamento de Ciencias Básicas, Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco, 2006.

Resnick R., Halliday D., Krane K., “*Física*”, Ed. CECSA, Volumen 1, Quinta edición, 2004.

Sears F. W., Zemansky M. W., Young H. D., Freedman R. A., “*Física Universitaria*”, Ed. Pearson – Addison Wesley, Volumen 1, Décimo primera edición, 2004.

Van Wylen G. J., Sonntag R. E., “*Fundamentos de Termodinámica Clásica*”, Edit. LIMUSA, 2005.

Solución de problemas
de termodinámica
Se terminó de imprimir
en el mes de junio de 2008
en los talleres de la Sección
de Impresión y Reproducción de la
Universidad Autónoma Metropolitana
Unidad Azcapotzalco

La edición estuvo
a cargo de la
Sección de Producción
y Distribución Editoriales
Se imprimieron
1000 ejemplares más sobrantes
para reposición.



2893940

UAM
QC311
S6.574

2893940

Solución de problemas de

SOLUCION DE PROBLEMAS DE TERMODINAMICA
GARCIA CRUZ * SECCION DE IMPRESION

64514



\$ 17.00

ISBN: 970-31-0217-4



978-97031-0217-4

UNIVERSIDAD
AUTONOMA
METROPOLITANA

Casa abierta al tiempo



División de Ciencias Básicas e Ingeniería
Departamento de Ciencias Básicas
Coordinación de Extensión Universitaria
Sección de Producción y Distribución Editoriales